

Simulare M1

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acorda 10 p din oficiu
- Timp de lucru 3 ore

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Calculați $i(3 + \sqrt{3})^3 - (3 - \sqrt{3})^3$.
- 5p 2. Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție pară astfel încât $f(-3) = 8$. Calculați $f(-3) + f(3)$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(x - 3) + \log_3(x + 3) = 3$.
- 5p 4. Determinați probabilitatea de a alege aleatoriu un element din mulțimea $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ acesta să nu fie soluție a ecuației $x^2 - 6x + 8 = 0$.
- 5p 5. Fie vectorii $\vec{u} = (m + 4)\vec{i} + \vec{j}$ și $\vec{v} = 3\vec{i} - \vec{j}$. Determinați parametrul real m pentru care cei doi vectori au același modul.
- 5p 6. Calculați $\cos 2x$, pentru $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ știind că $\sin x = \frac{1}{3}$.

SUBIECTUL II

(30 de puncte)

1. Se consideră sistemul de ecuații:
$$\begin{cases} 2x - y - z = 0 \\ x + y + mz = 4 \\ 3x - y - z = 1 \end{cases}$$
 unde m este un parametru real.

5p a) Pentru $m = -1$ calculează determinantul matricei asociate sistemului.

5p b) Determinați m pentru care matricea asociată sistemului este singulară.

5p c) Pentru $m = 2$ să se rezolve sistemul de ecuații.

2. Pe mulțimea numerelor reale se consideră legea de compoziție $x * y = xy + \frac{x}{5} + \frac{y}{5} - \frac{4}{25}$, pentru orice numere reale x și y .

5p a) Arătați că $x * \left(-\frac{1}{5}\right) = -\frac{1}{5}$ pentru orice număr real x .

b) Demonstrați că legea poate fi scrisă sub forma: $x * y = \left(x + \frac{1}{5}\right)\left(y + \frac{1}{5}\right) - \frac{1}{5}$ pentru orice numere reale x și y .

5p

5p c) Calculați $\left(-\frac{8}{15}\right) * \left(-\frac{7}{15}\right) * \dots * \left(-\frac{2}{15}\right) * \left(-\frac{1}{15}\right)$.

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3 - 2x + \ln x$.

5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{1-2x}{x}$, oricare ar fi $x > 0$.

5p b) Studiați monotonia funcției f .

5p c) Scrieți ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x_0 = 1$ situat pe graficul funcției f .

2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x+4}$.

5p a) Calculați $\int \left(f(x) - \frac{1}{x+3} \right) dx$

5p b) Determinați primitivele funcției f .

5p c) Determinați aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x=1$ și $x=2$.