



MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ – 07.02.2026

CLASA a V - a

BAREM DE CORECTARE

Problema 1 (22,5p)

a) Suma a trei numere naturale este egală cu 56. Dacă se împarte primul număr la al doilea se obține câtul 2 și restul 7, iar dacă se împarte al doilea număr la al treilea se obține câtul 3 și restul 3. Determinați cele trei numere.

b) Aflați restul împărțirii la 3 a numărului $\overline{ab1} + \overline{a1b} + \overline{1ab}$.

Soluție:

a) $a+b+c=56$; $a=2b+7$, $b>7$; $b=3c+3$, $c>3$ 6,5p

$a=6c+13 \Rightarrow 6c+13+3c+3+c=56 \Rightarrow c=4$, $b=15$, $a=37$ 6p

b) $\overline{ab1} + \overline{a1b} + \overline{1ab} = 100a+10b+1+100a+10+b+100+10a+b$ 5p

$\overline{ab1} + \overline{a1b} + \overline{1ab} = 210a+12b+111 = 3(70a+4b+37) \Rightarrow$ Restul este 0 5p



Problema 2 (22,5p)

Fie șirul de numere naturale: 12; 17; 22; 27; 32; ...

- a) Scrieți următorii trei termeni ai șirului.
- b) Aflați al 2025-lea termen al șirului.
- c) Aflați suma primilor 100 de termeni ai șirului, aflați pe poziții impare.

Soluție:

- a) Se observă că fiecare termen al șirului se obține din termenul precedent la care se adună 5.

37, 42, 47. 5,5p

b) $t_1 = 12 = 5 \cdot 2 + 2$

$$t_2 = 17 = 5 \cdot 3 + 2$$

$$t_3 = 22 = 5 \cdot 4 + 2$$

.....

$$t_n = 5 \cdot (n+1) + 2 \dots\dots\dots 5p$$

$$t_{2025} = 5 \cdot 2026 + 2 = 10132 \dots\dots\dots 4p$$

c) $S = t_1 + t_3 + t_5 + \dots + t_{199} = 5 \cdot 2 + 2 + 5 \cdot 4 + 2 + 5 \cdot 6 + 2 + \dots + 5 \cdot 200 + 2 \dots\dots\dots 4p$

$$S = 5 \cdot (2 + 4 + 6 + \dots + 200) + 2 \cdot 100$$

$$S = 5 \cdot \frac{100 \cdot 202}{2} + 2 \cdot 100$$

$$S = 50700 \dots\dots\dots 4p$$



Problema 3 (22,5p)

Comparați următoarele numere naturale:

a) $a=3^4 \cdot 44^3$ și $b=4^3 \cdot 33^4$

b) $a=33^{44} \cdot 444^{333}$ și $b=44^{33} \cdot 333^{444}$

Soluție:

a) $a=3^4 \cdot (4 \cdot 11)^3 = 3^4 \cdot 4^3 \cdot 11^3$ 4p

$b=4^3 \cdot (3 \cdot 11)^4 = 4^3 \cdot 3^4 \cdot 11^4$ 4p

$11^3 < 11^4 \Rightarrow a < b$ 4p

b) $a=(3 \cdot 11)^{44} \cdot (4 \cdot 111)^{333} = 3^{44} \cdot 11^{44} \cdot 4^{333} \cdot 111^{333}$

$b=(4 \cdot 11)^{33} \cdot (3 \cdot 111)^{444} = 4^{33} \cdot 11^{33} \cdot 3^{444} \cdot 111^{444}$

$a=3^{44} \cdot 4^{33} \cdot 11^{33} \cdot 111^{333} \cdot (11^{11} \cdot 4^{300})$ 3p

$b=3^{44} \cdot 4^{33} \cdot 11^{33} \cdot 111^{333} \cdot (3^{400} \cdot 111^{111})$ 3p

Comparăm $11^{11} \cdot 4^{300}$ cu $3^{400} \cdot 111^{111}$

$11^{11} < 111^{11} < 111^{11} \cdot 111^{100} \Rightarrow 11^{11} < 111^{111}$

$4^{300} = (4^3)^{100} = 64^{100}$

$3^{400} = (3^4)^{100} = 81^{100}$

Deci $11^{11} \cdot 4^{300} < 3^{400} \cdot 111^{111} \Rightarrow a < b$ 4,5p



Problema 4 (22,5p)

Determinați toate numerele de forma \overline{abcd} care au proprietatea că
 $\overline{abcd} - \overline{abc} + \overline{adc} - \overline{ab} + \overline{ad} - \overline{ac} + 4 = 2026$.

Soluție:

$$\begin{aligned}
 & (1000a + 100b + 10c + d) - (100a + 10b + c) + (100a + 10d + c) - (10a + b) + (10a + d) - \\
 & (10a + c) = 2022; a \neq 0 \dots\dots\dots 5,5p \\
 & 990a + 89b + 9c + 12d = 2022 \dots\dots\dots 4p \\
 & 990a < 2022 \Rightarrow a = 1 \text{ sau } a = 2 \dots\dots\dots 4p \\
 & \text{Dacă } a = 1 \Rightarrow 89b + 9c + 12d = 1032 \\
 & b \leq 9 \Rightarrow 89b \leq 801 \\
 & c \leq 9 \Rightarrow 9c \leq 81 \\
 & d \leq 9 \Rightarrow 12d \leq 108 \\
 & \text{Deci, } 89b + 9c + 12d \leq 990 < 1032 \Rightarrow a = 1 \text{ nu convine} \dots\dots\dots 3p \\
 & \text{Dacă } a = 2 \Rightarrow 89b + 9c + 12d = 42 \Rightarrow b = 0 \dots\dots\dots 3p \\
 & 3c + 4d = 14 \Rightarrow c = 2 \text{ și } d = 2. \\
 & \text{Deci, } \overline{abcd} = 2022. \dots\dots\dots 3p
 \end{aligned}$$