

**OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ 07 februarie 2026****BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE
Clasa a VII-a****PROBLEMA1**

Calculați media aritmetică și media geometrică a numerelor:

$$a = \sqrt{(\sqrt{5} - \sqrt{3})^2} + \sqrt{(\sqrt{3} - \sqrt{5})^2} + 2\sqrt{(\sqrt{5} + \sqrt{3})^2} + 4(6 - \sqrt{5})$$

$$b = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} + \sqrt{6 + 2\sqrt{5}} + 2\sqrt{14 - 6\sqrt{5}}.$$

SOLUȚIE:

$$a = |\sqrt{5} - \sqrt{3}| + |\sqrt{3} - \sqrt{5}| + 2|\sqrt{5} + \sqrt{3}| + 24 - 4\sqrt{5} \dots\dots\dots 3 \text{ p}$$

$$a = \sqrt{5} - \sqrt{3} + \sqrt{5} - \sqrt{3} + 2\sqrt{5} + 2\sqrt{3} + 24 - 4\sqrt{5} = 24 \dots\dots\dots 4 \text{ p}$$

$$b = \sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2} + \sqrt{(\sqrt{5} + 1)^2} + 2\sqrt{(3 - \sqrt{5})^2} \dots\dots\dots 4 \text{ p}$$

$$b = |\sqrt{5} - 1| + |\sqrt{5} + 1| + 2|3 - \sqrt{5}| = \sqrt{5} - 1 + \sqrt{5} + 1 + 6 - 2\sqrt{5} = 6 \dots\dots\dots 4 \text{ p}$$

$$m_a = \frac{a+b}{2} = \frac{24+6}{2} = 15 \dots\dots\dots 3 \text{ p}$$

$$m_g = \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{24 \cdot 6} = \sqrt{144} = 12 \dots\dots\dots 3 \text{ p}$$

PROBLEMA2

Determinați numerele naturale \overline{ab} care verifică relația $\sqrt{a + \sqrt{ab}} = a$.

Gazeta matematică nr. 1/2014

SOLUȚIE:

Se ridică relația la pătrat și se obține: $\sqrt{ab} = a^2 - a$ 3 p

Din a cifră avem: $a^2 - a \in \{0,2,6,12,20,30,42,60,72\}$ 3p

Din $a^2 - a \in N \Rightarrow \sqrt{ab} \in N \Rightarrow \overline{ab}$ pătrat perfect 3p

Dacă $a = 1$, atunci $\sqrt{1b} = 0$, nu există soluție3p

Dacă $a = 2$, atunci $\sqrt{2b} = 2$, nu există soluție3p

Dacă $a = 3$, atunci $\sqrt{3b} = 6$, există $\overline{ab} = 36$ 3p

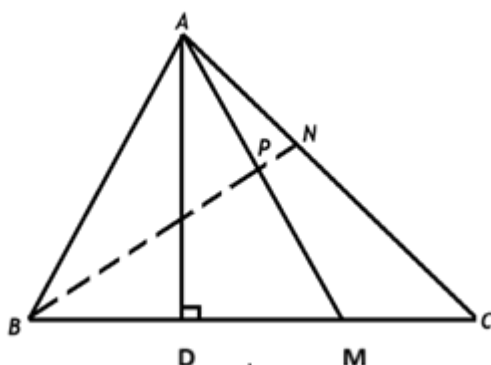
Dacă $a > 3$, obținem numere de două cifre care sunt rădăcini pătrate ale unor numere de cel puțin trei cifre, dar \overline{ab} are doar două cifre, deci nu mai sunt soluții.....3p

PROBLEMA3

În triunghiul ABC, $m(\angle BAC) = 70^\circ$, $m(\angle ABC) = 60^\circ$, AD este mediatoarea segmentului BM, punctele D, M \in BC. Bisectoarea $\angle ABC$, (BN intersectează pe AM în punctul P, N \in AC).

Aflați măsurile unghiurilor patrulaterului cu vârfurile în P, M, C și N.

SOLUȚIE:



Realizare desen.4p

În $\triangle ABC$ aflăm $\angle C = 50^\circ$3p

(BN bisectoarea $\angle ABC \Rightarrow \angle ABN = \angle CBN = 30^\circ$2p

În $\triangle BNC$ aflăm $\angle BNC = 100^\circ = \angle PNC$ 2p

AD mediatoarea segmentului BM $\Rightarrow \triangle ABM$ isoscel3p

$\Rightarrow \angle AMB = 60^\circ$ 3p

$\Rightarrow \angle PMC = 120^\circ$ 2p

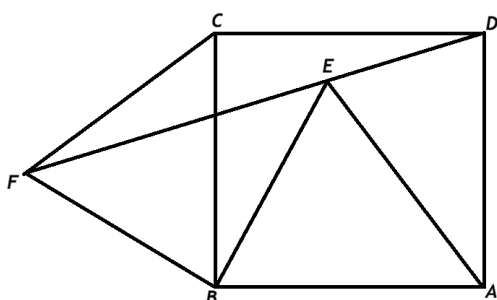
În patrulaterul PMCN: $\angle NPM = 90^\circ$ 2p

PROBLEMA 4

Pe laturile consecutive AB și BC ale unui pătrat se construiesc două triunghiuri echilaterale ABE și BCF (primul cu vârful în interior și al doilea cu vârful în exteriorul pătratului).

Să se arate că punctele D, E, F sunt coliniare.

SOLUȚIE:



Realizare desen.3p

$\triangle FCD$ isoscel ($FC=CD$)3p

$\angle FCD = 150^\circ \Rightarrow \angle CDF = \angle CFD = 15^\circ \Rightarrow$ 3p

$\angle EDA = \angle DEA = 75^\circ$)2p

$\triangle BEA$ echilateral $\Rightarrow \angle BEA = 60^\circ$)2p

$\left. \begin{array}{l} \angle FBE = 90^\circ \\ FB = BE \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle FBE \text{ dreptunghic isoscel} \Rightarrow \angle FEB = 45^\circ$)3p

$\angle FED = \angle FEB + \angle BEA + \angle AED \Rightarrow \angle FED = 180^\circ \Rightarrow$)3p

Punctele F, E, D sunt coliniare.)2p

Notă: Timp de lucru – 3ore.

Fiecare subiect este notat cu 21 puncte.

Se acordă 16 puncte din oficiu.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Orice soluție corectă diferită de cea din barem este punctată corespunzător.