

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ  
„ADOLF HAIMOVICI”**

**ETAPA LOCALĂ**

**SUCEAVA - 7 FEBRUARIE 2026**

**CLASA a IX-a**

**H2**

**Filiera Teoretică: Profilul Real – Specializarea Științe ale naturii**

1. a) (10p) Să se demonstreze că  $\frac{x^2 + y^2}{x^4 + y^4} \leq \frac{2}{x^2 + y^2}, \forall x, y > 0$ .
- b) (10p) Să se arate că  $\frac{x^2 + y^2}{x^4 + y^4} + \frac{y^2 + z^2}{y^4 + z^4} + \frac{z^2 + x^2}{z^4 + x^4} \leq x + y + z$ , pentru orice numere reale  $x, y, z > 0$  cu  $xyz = 1$ .
2. (20p) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuațiile:
- a) (10p)  $\|x - 2026\| = 1$
- b) (10p)  $\lfloor x - 2026 \rfloor = 1$ .
3. (20p) Fie triunghiul  $ABC$  și vectorii  $\vec{u} = \overrightarrow{BA}$  și  $\vec{v} = \overrightarrow{BC}$ . În planul triunghiului se consideră punctele  $M, N, P$  astfel încât  $\overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{AM}$ ,  $2\overrightarrow{NA} = 3\overrightarrow{CN}$  și  $2\overrightarrow{PB} = 9\overrightarrow{PC}$ .
- a) (10p) Să se exprime  $\overrightarrow{MA}$ ,  $\overrightarrow{NA}$  și  $\overrightarrow{CP}$  în funcție de  $\vec{u}$  și  $\vec{v}$ .
- b) (10p) Să se arate că  $M, N, P$  sunt puncte coliniare.
4. (30p) Matei are plantați în livadă  $n$  caiși, numerotați distinct cu numerele  $1, 2, 3, \dots, n$ . Într-o zi, Matei a început să culegă caise, respectând următoarea regulă: din caisul cu numărul 1 culege două caise, din caisul cu numărul 2 culege 5 caise, din caisul cu numărul 3 culege 8 caise și așa mai departe.
- a) (15p) Ce număr de caise a cules din caisul cu numărul 13?
- b) (15p) Câți caiși ar trebui să aibă plantați Matei pentru a fi sigur că, respectând regula indicată, la sfârșitul zilei are cules cel puțin 2026 de caise?

**Notă: 1. Toate subiectele sunt obligatorii.**

**2. Se acordă 10 puncte din oficiu.**

**3. Timp de lucru 3 ore.**