

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
SUCEAVA,
7 februarie 2026

CLASA a VII-a

1. a) (6p) Arătați că, pentru orice număr natural nenul n , are loc egalitatea:

$$\frac{1}{n \cdot (n+4)} = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+4} \right).$$

- b) (15p) Aflați partea întreagă a numărului real $x - \frac{1}{4}$, unde $x = \frac{1}{1 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 13} + \dots + \frac{1}{97 \cdot 101}$.

2. (21p) În rombul $ABCD$, cu $AC \cap BD = \{O\}$, punctele E și F sunt mijloacele laturilor AD , respectiv AB , iar H este un punct pe dreapta CD astfel încât $EH \parallel AC$. Arătați că:

a) (11p) patrulaterul $BDEF$ este trapez isoscel;

b) (10p) punctele F, O, H sunt coliniare.

3. (21p) Se consideră numărul real:

$$a = \sqrt{7} + \sqrt{7^2} + \sqrt{7^3} + \dots + \sqrt{7^{2025}}.$$

Știind că numărul $b = 7\sqrt{7} + \frac{42a}{1+\sqrt{7}}$ este atât pătratul unui număr natural x , cât și cubul unui număr natural y , aflați valoarea produsului $x \cdot y$.

4. (21p) Patrulaterul $ABCD$ este un trapez isoscel, cu $AB \parallel CD$, $AD = BC = CD$ și $\angle DAB = 80^\circ$. Fie punctul E pe segmentul BD astfel încât $DE = DC$.

a) (11p) Arătați că triunghiul ADE este echilateral.

b) (10p) Dacă $AB \cap CE = \{T\}$, arătați că $AD + TB = BD$.

Notă: 1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Se acordă 16 puncte din oficiu.
3. Timp de lucru 3 ore.