

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
„ADOLF HAIMOVICI”
ETAPA LOCALĂ
SUCEAVA - 7 FEBRUARIE 2026
CLASA a XI-a

H1

Filiera tehnologică, toate profilurile și specializările

1. (20p) Se dă matricea $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & \sqrt{3} \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R})$.

Demonstrați că:

- a) **(7p)** $\det(A - xI_2) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$;
- b) **(6p)** $\det(A + I_2) + \det(A - I_2) \in \mathbb{N}$;
- c) **(7p)** ecuația $X \cdot A - A \cdot X = A$ nu are soluții în $M_2(\mathbb{R})$.

2. (20p) Fie matricea $A \in M_2(\mathbb{C})$. Notăm cu $Tr(A)$ urma matricei A .

- a) **(10p)** Arătați că dacă $Tr(A) = 0$, atunci există $a \in \mathbb{C}$ pentru care $A^2 = aI_2$.
- b) **(10p)** Demonstrați că dacă $A, B, C \in M_2(\mathbb{C})$, atunci $(AB - BA)^2 \cdot C = C \cdot (AB - BA)^2$.

3. (20p) Fie $f: D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 + 2x + m}$, $m \in \mathbb{R}$. Determinați valoarea parametrului real m , pentru care graficul funcției admite o singură asimptotă verticală.

- a) **(5p)** Stabiliți dacă funcția admite asimptotă orizontală la $-\infty$. În caz afirmativ precizați asimptota.
- b) **(15p)** Determinați valoarea parametrului real m , pentru care graficul funcției admite o singură asimptotă verticală.

4. (30p) O echipă de cercetători constată că starea calorică a unei anumite substanțe se modifică în timp, după legea $T(t) = \sqrt{t^2 + at + b} - ct + 5$, unde $a, b, c \in \mathbb{R}$ sunt constante și în care $T(t)$ este temperatura, măsurată în grade la momentul $t \geq 0$, t reprezintă numărul de secunde scurs de la începutul experimentului.

- a) **(10p)** Pentru $a = 6$, $b = 2$, $c = 1$, stabiliți dacă este posibil ca la un moment al experimentului temperatura substanței să fie 0°C .
- b) **(20p)** Determinați $a, b, c \in \mathbb{R}$ știind că $T(1) = 7$ și $\lim_{t \rightarrow \infty} T(t) = 8$.

Notă: 1. Toate subiectele sunt obligatorii.

2. Se acordă 10 puncte din oficiu.

3. Timp de lucru 3 ore.