

**OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ**  
**ETAPA LOCALĂ**  
**SUCEAVA, 7 februarie 2026**  
**BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE**  
**CLASA a V-a**

**1. (21p)** Determinați numerele naturale  $a$  și  $b$ , știind că:

$$a + b = 3 \cdot 5^2 + (2 \cdot 10^3 - 87 \cdot 12) : 4 \text{ și}$$

$$2^2 \cdot 5^2 - [25 + 5 \cdot (a - b) : 7] = 5.$$

*Supliment Gazeta Matematică Nr.11/2025*

**Soluție.**

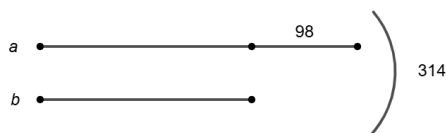
$$a + b = 3 \cdot 25 + (2 \cdot 1000 - 1044) : 4 \Rightarrow a + b = 75 + (2000 - 1044) : 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a + b = 75 + 956 : 4 \Rightarrow a + b = 75 + 239 \Rightarrow a + b = 314.$$

$$2^2 \cdot 5^2 - [25 + 5 \cdot (a - b) : 7] = 5 \Rightarrow 4 \cdot 25 - [25 + 5 \cdot (a - b) : 7] = 5 \Rightarrow 100 - [25 + 5 \cdot (a - b) : 7] = 5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 25 + 5 \cdot (a - b) : 7 = 100 - 5 \Rightarrow 25 + 5 \cdot (a - b) : 7 = 95 \Rightarrow 5 \cdot (a - b) : 7 = 95 - 25 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5 \cdot (a - b) : 7 = 70 \Rightarrow 5 \cdot (a - b) = 70 \cdot 7 \Rightarrow 5 \cdot (a - b) = 490 \Rightarrow a - b = 490 : 5 \Rightarrow a - b = 98.$$



Din reprezentarea grafică avem:

$$2 \cdot b = 314 - 98 \Rightarrow 2 \cdot b = 216 \Rightarrow b = 216 : 2 \Rightarrow b = 108.$$

$$a = 108 + 98 \Rightarrow a = 206.$$

**Barem.**

$a + b = 3 \cdot 25 + (2 \cdot 1000 - 1044) : 4$	<b>3p</b>
$a + b = 75 + (2000 - 1044) : 4$	<b>2p</b>
$a + b = 75 + 956 : 4$	<b>1p</b>
$a + b = 75 + 239$	<b>1p</b>
$a + b = 314$	<b>1p</b>
$2^2 \cdot 5^2 - [25 + 5 \cdot (a - b) : 7] = 5 \Rightarrow 4 \cdot 25 - [25 + 5 \cdot (a - b) : 7] = 5 \Rightarrow 100 - [25 + 5 \cdot (a - b) : 7] = 5$	<b>2p</b>
$25 + 5 \cdot (a - b) : 7 = 100 - 5 \Rightarrow 25 + 5 \cdot (a - b) : 7 = 95$	<b>2p</b>
$5 \cdot (a - b) : 7 = 95 - 25 \Rightarrow 5 \cdot (a - b) : 7 = 70$	<b>2p</b>
$5 \cdot (a - b) = 70 \cdot 7 \Rightarrow 5 \cdot (a - b) = 490$	<b>2p</b>
$a - b = 490 : 5 \Rightarrow a - b = 98$	<b>1p</b>
	<b>1p</b>
$2 \cdot b = 314 - 98 \Rightarrow 2 \cdot b = 216 \Rightarrow b = 216 : 2 \Rightarrow b = 108$	<b>2p</b>
$a = 108 + 98 \Rightarrow a = 206$	<b>1p</b>

**2. (21p)** Un elev a cumpărat de la librărie 5 pixuri, 4 creioane și 6 caiete, pentru care a plătit 53 lei. A doua oară a cumpărat 4 pixuri, 5 creioane și 4 caiete, pentru care a plătit 42 lei, iar a treia oară a cumpărat 9 pixuri, 9 creioane și 5 caiete, pentru care a plătit 70 lei. Obiectele au avut aceleași prețuri de fiecare dată.

a) **(8p)** Aflați prețul unui caiet.

b) (13p) Aflați prețul unui pix și prețul unui creion.

Corina Larionescu, Suceava

**Soluție.**

a) 5 pixuri ..... 4 creioane ..... 6 caiete ..... 53 lei  
4 pixuri ..... 5 creioane ..... 4 caiete ..... 42 lei

Adunând cele două relații de mai sus, obținem:

9 pixuri ..... 9 creioane ..... 10 caiete ..... 95 lei

Dar, avem: 9 pixuri ..... 9 creioane ..... 5 caiete ..... 70 lei

Scăzând cele două relații de mai sus, obținem:

5 caiete ..... 25 lei

Atunci, **1 caiet** costă  $25 : 5 = 5$  lei.

b) 6 caiete .....  $6 \cdot 5 = 30$  lei

4 caiete .....  $4 \cdot 5 = 20$  lei

Atunci: 5 pixuri ..... 4 creioane .....  $53 - 30 = 23$  lei, relație pe care o vom înmulți cu 5.

4 pixuri ..... 5 creioane .....  $42 - 20 = 22$  lei, relație pe care o vom înmulți cu 4.

Obținem: 25 pixuri ..... 20 creioane ..... 115 lei

16 pixuri ..... 20 creioane ..... 88 lei

Scăzând cele două relații de mai sus, vom avea: 9 pixuri ..... 27 lei

Atunci, **1 pix** costă  $27 : 9 = 3$  lei.

5 pixuri .....  $5 \cdot 3 = 15$  lei

În final, avem: 4 creioane .....  $23 - 15 = 8$  lei

Atunci, **1 creion** costă  $8 : 4 = 2$  lei.

**Barem.**

a) 5 pixuri ..... 4 creioane ..... 6 caiete ..... 53 lei 4 pixuri ..... 5 creioane ..... 4 caiete ..... 42 lei Adunând cele două relații de mai sus, obținem: 9 pixuri ..... 9 creioane ..... 10 caiete ..... 95 lei	4p
9 pixuri ..... 9 creioane ..... 5 caiete ..... 70 lei Scăzând cele două relații de mai sus, obținem: 5 caiete ..... 25 lei Atunci, <b>1 caiet</b> costă $25 : 5 = 5$ lei.	4p
b) 6 caiete ..... $6 \cdot 5 = 30$ lei 4 caiete ..... $4 \cdot 5 = 20$ lei	2p
5 pixuri ..... 4 creioane ..... $53 - 30 = 23$ lei, relație pe care o vom înmulți cu 5. 4 pixuri ..... 5 creioane ..... $42 - 20 = 22$ lei, relație pe care o vom înmulți cu 4.	4p
Obținem: 25 pixuri ..... 20 creioane ..... 115 lei 16 pixuri ..... 20 creioane ..... 88 lei Scăzând cele două relații de mai sus, vom avea: 9 pixuri ..... 27 lei Atunci, <b>1 pix</b> costă $27 : 9 = 3$ lei.	4p
5 pixuri ..... $5 \cdot 3 = 15$ lei 4 creioane ..... $23 - 15 = 8$ lei Atunci, <b>1 creion</b> costă $8 : 4 = 2$ lei.	3p

3. (21p) Se consideră suma  $S = 201 + 2001 + 20001 + \dots + \underbrace{200\dots01}_{2027 \text{ cifre}}$ .

a) (6p) Aflați câte cifre de zero se folosesc pentru a scrie toți termenii sumei  $S$ .

b) (5p) Aflați câte cifre are termenul din mijloc al sumei  $S$ .

c) (10p) Calculați suma  $S$ .

Ana Marcela Popa, Rădăuți

**Soluție.**

a)  $S = 201 + 2001 + 20001 + \dots + 200\dots01$ . Se folosesc:

$1 + 2 + 3 + \dots + 2025 = 2025 \cdot 2026 : 2 = 2025 \cdot 1013 = 2051325$  cifre de zero pentru scrierea tuturor termenilor sumei  $S$ .

b) Cum suma are 2025 de termeni, termenul din mijloc este termenul al 1013-lea, adică  $200\dots01$  care are 1015 cifre.

$$\begin{aligned} \text{c) } S &= 201 + 2001 + 20001 + \dots + 200\dots01 = (200 + 1) + (2000 + 1) + (20000 + 1) + \dots + \left( 200\dots0 + 1 \right) = \\ &= \left( 200 + 2000 + 20000 + \dots + 200\dots0 \right) + \left( \underbrace{1 + 1 + 1 + \dots + 1}_{\text{de 2025 de ori}} \right) = \underbrace{222\dots222}_{2026 \text{ cifre}} 00 + 2025 = \underbrace{222\dots222}_{2023 \text{ cifre}} 4225 \end{aligned}$$

**Barem.**

a) $S = 201 + 2001 + 20001 + \dots + 200\dots01$	3p
$1 + 2 + 3 + \dots + 2025 = 2025 \cdot 2026 : 2 = 2025 \cdot 1013 = 2051325$ cifre de zero pentru scrierea tuturor termenilor sumei $S$ .	3p
b) Suma $S$ are 2025 de termeni $\Rightarrow$ termenul din mijloc este termenul al 1013-lea	3p
$200\dots01$ are 1015 cifre.	2p
c) $S = (200 + 1) + (2000 + 1) + (20000 + 1) + \dots + \left( 200\dots0 + 1 \right) =$	3p
$= \left( 200 + 2000 + 20000 + \dots + 200\dots0 \right) + \left( \underbrace{1 + 1 + 1 + \dots + 1}_{\text{de 2025 de ori}} \right) =$	3p
$= \underbrace{222\dots222}_{2026 \text{ cifre}} 00 + 2025 = \underbrace{222\dots222}_{2023 \text{ cifre}} 4225.$	4p

4. (21p) Se consideră numerele de forma  $\overline{abcd}$  pentru care, împărțind  $\overline{ab}$  la  $\overline{cd}$  se obține restul 17 și împărțind  $\overline{cd}$  la  $\overline{ab}$  se obține restul 7.

a) (6p) Verificați dacă 1775 este un astfel de număr.

b) (15p) Calculați suma tuturor numerelor  $\overline{abcd}$  care verifică condițiile din enunț.

Gabriela Sascău, Rădăuți

**Soluție.**

a)  $17 : 75 = 0$  rest 17 și  $75 : 17 = 4$  rest 7.

Numărul 1775 verifică condițiile din enunț.

b)  $\overline{ab} = \overline{cd} \cdot x + 17$ , cu  $0 \leq 17 < \overline{cd}$  și  $\overline{cd} = \overline{ab} \cdot y + 7$ , cu  $0 \leq 7 < \overline{ab}$ .

Din  $\overline{cd} > 17$  și  $\overline{cd} = \overline{ab} \cdot y + 7$ , obținem că  $y \neq 0$  și atunci  $\overline{cd} > \overline{ab}$ , deci  $\overline{ab} < \overline{cd}$ .

Din  $\overline{ab} < \overline{cd}$  și  $\overline{ab} = \overline{cd} \cdot x + 17$ , obținem că  $x = 0$ . Atunci  $\overline{ab} = 17$ .

Cum  $\overline{cd} = \overline{ab} \cdot y + 7$  și  $\overline{ab} = 17 \Rightarrow \overline{cd} = 17 \cdot y + 7$ , cu  $y \neq 0 \Rightarrow \overline{cd}$  poate fi:  $17 \cdot 1 + 7 = 24$ ,  $17 \cdot 2 + 7 = 41$ ,  $17 \cdot 3 + 7 = 58$ ,  $17 \cdot 4 + 7 = 75$ ,  $17 \cdot 5 + 7 = 92$ .

Atunci  $\overline{abcd}$  poate fi: 1724, 1741, 1758, 1775, 1792. Suma acestor numere este:

$$1724 + 1741 + 1758 + 1775 + 1792 = 8790.$$

**Barem.**

a) $17 : 75 = 0$ rest 17	2p
--------------------------	----

$75 : 17 = 4 \text{ rest } 7$	<b>2p</b>
Numărul $\overline{1775}$ verifică condițiile din enunț.	<b>2p</b>
<b>b)</b> $\overline{ab} = \overline{cd} \cdot x + 17$ , cu $0 \leq 17 < \overline{cd}$ și $\overline{cd} = \overline{ab} \cdot y + 7$ , cu $0 \leq 7 < \overline{ab}$ .	<b>2p</b>
Din $\overline{cd} > 17$ și $\overline{cd} = \overline{ab} \cdot y + 7$ , obținem că $y \neq 0$ și atunci $\overline{cd} > \overline{ab}$ .	<b>2p</b>
Din $\overline{ab} < \overline{cd}$ și $\overline{ab} = \overline{cd} \cdot x + 17$ , obținem că $x = 0$ . Atunci $\overline{ab} = 17$ .	<b>2p</b>
Cum $\overline{cd} = \overline{ab} \cdot y + 7$ și $\overline{ab} = 17 \Rightarrow \overline{cd} = 17 \cdot y + 7$ , cu $y \neq 0$	<b>1p</b>
$\overline{cd}$ poate fi: $17 \cdot 1 + 7 = 24$ , $17 \cdot 2 + 7 = 41$ , $17 \cdot 3 + 7 = 58$ , $17 \cdot 4 + 7 = 75$ , $17 \cdot 5 + 7 = 92$	<b>3p</b>
Atunci $\overline{abcd}$ poate fi: 1724, 1741, 1758, 1775, 1792.	<b>3p</b>
Suma acestor numere este: $1724 + 1741 + 1758 + 1775 + 1792 = 8790$ .	<b>2p</b>

**Notă:** Orice altă soluție corectă se va puncta corespunzător.