

Barem de corectare OLM 2026 Clasa a VIII-a
P1 – autor Mihaela Berindeanu (GM 10/2025)

$7x^4 + 42x^2 + 35 = 7(x^2 + 1)(x^2 + 5)$	3p
$x^4 + 48x^2 + 47 = (x^2 + 1)(x^2 + 47)$	3p
$\frac{x^4 + 48x^2 + 47}{7x^4 + 42x^2 + 35} = \frac{(x^2 + 1)(x^2 + 47)}{7(x^2 + 1)(x^2 + 5)} = \frac{x^2 + 47}{7(x^2 + 5)} = \frac{x^2 + 5 + 42}{7(x^2 + 5)} = \frac{x^2 + 5}{7(x^2 + 5)} + \frac{42}{7(x^2 + 5)} = \frac{1}{7} + \frac{6}{x^2 + 5}$	5p
$\frac{6}{x^2 + 5} > 0$ pentru orice x număr real $\Rightarrow \left\{ \frac{1}{7} + \frac{6}{x^2 + 5} \right\} = \frac{1}{7} \Leftrightarrow \frac{6}{x^2 + 5} \in N \Leftrightarrow x^2 + 5 \in D_6$	6p
Convine doar $x^2 + 5 = 6 \Rightarrow x = 1$ și $x = -1$	5,5p

P2 – autor Lucian Luca

a) Notăm $n^2 - n = y$	2,5p
$(n^2 - n + 1)(n^2 - n + 3) + 1 = (y + 1)(y + 3) + 1 = y^2 + 4y + 4 = (y + 2)^2 =$	6p
$= (n^2 - n + 2)^2$ este pătrat perfect pentru orice număr natural n	2p
b) $\sqrt{(x^2 - x + 1)(x^2 - x + 3) + 4y^2 + 12y + 12} = \sqrt{(x^2 - x + 2)^2 + (2y + 3)^2 + 2}$	4p
$x^2 - x + 2 = M_2 \Rightarrow (x^2 - x + 2)^2 = M_4$; $2y + 3 = M_2 + 1 \Rightarrow (2y + 3)^2 = M_4 + 1$	4p
$\Rightarrow (x^2 - x + 2)^2 + (2y + 3)^2 + 2 = M_4 + 3$	2p
$\Rightarrow \sqrt{(x^2 - x + 2)^2 + (2y + 3)^2 + 2} \notin Q$ pentru nicio pereche de numere $x, y \in Z$	2p

P3 – autor Corina Constantin

a) $MN \parallel BD, BD \parallel B'D', PQ \parallel B'D' \Rightarrow MN \parallel PQ$ (1)	4p
Fie E mijlocul lui $DC \Rightarrow QE \parallel DD' \parallel AA'$ și $QE \equiv DD' \equiv AA' \Rightarrow AEQA'$ paralelogram $\Rightarrow A'Q \parallel AE$, $A'Q \equiv AE$, dar $AE \parallel CM$ și $AE \equiv CM \Rightarrow CM \equiv A'Q, CM \parallel A'Q \Rightarrow A'MCQ$ paralelogram $\Rightarrow A'M \parallel CQ$ (2)	4p
Din (1), (2), $MN, A'M \subset (A'MN)$, $PQ, CQ \subset (CPQ)$, $MN \cap A'M = \{M\}$, $PQ \cap CQ = \{Q\} \Rightarrow (A'MN) \parallel (CPQ)$	4,5p
b) $(CPQ) \parallel (A'MN) \Rightarrow \sphericalangle((CPQ), (ABC)) = \sphericalangle((A'MN), (ABC))$	2p
Fie $AC \cap MN = \{T\}$; $A'A \perp (ABC)$; $AT \perp MN$; $AT, MN \subset (ABC) \Rightarrow A'T \perp MN$	2p
$(A'MN) \cap (ABC) = MN$; $AT \perp MN$; $A'T \perp MN$; $AT \subset (ABC)$; $A'T \subset (A'MN) \Rightarrow \sphericalangle((A'MN), (ABC)) = \sphericalangle A'TA$	3p
$AA' \perp (ABC), AT \subset (ABC) \Rightarrow AA' \perp AT \Rightarrow \Delta A'AT$ dreptunghic în $A \Rightarrow tg(\sphericalangle A'TA) = \frac{AA'}{AT} = 2\sqrt{2}$	3p

P4 – autor Cristian Săucea

a) $VM = 2\sqrt{7}$ cm, $VO = 4$ cm (O este centrul bazei piramidei)	5p
Construim $AT \perp VM, T \in VM \Rightarrow AT = d(A, VM)$; $VM \cdot AT = AM \cdot VO \Rightarrow AT = \frac{12\sqrt{21}}{7}$ cm	5p
b) Fie N mijlocul muchiei AB , $CR \perp VN, R \in VN$; $AB \perp (VCN) \Rightarrow AB \perp CR$; deci $CR \perp (VAB)$	4,5p
Fie S mijlocul BR ; obținem MS linie mijlocie în $\Delta BRC \Rightarrow MS \parallel CR$	2p
$\Rightarrow MS \perp (VAB) \Rightarrow pr_{(VAB)} VM = VS \Rightarrow \sphericalangle(VM, (VAB)) = \sphericalangle(VM, VS) = \sphericalangle MVS$	3p
$CR = AT = \frac{12\sqrt{21}}{7}$ cm $\Rightarrow MS = \frac{1}{2} CR = \frac{6\sqrt{21}}{7}$ cm; $\sin \sphericalangle MVS = \frac{MS}{VM} = \frac{3\sqrt{3}}{7}$	3p