

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ, 7.02.2026
Clasa a VIII-a

1. (22,5p) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\left\{ \frac{x^4 + 48x^2 + 47}{7x^4 + 42x^2 + 35} \right\} = \frac{1}{7}$, unde $\{x\}$ reprezintă partea fracționară a numărului real x .
2. a) (10,5p) Arătați că $(n^2 - n + 1)(n^2 - n + 3) + 1$ este pătrat perfect, pentru orice număr natural n .
b) (12p) Stabiliți dacă există $x, y \in \mathbb{Z}$ pentru care $\sqrt{(x^2 - x + 1)(x^2 - x + 3) + 4y^2 + 12y + 12} \in \mathbb{Q}$.
3. Muchia cubului $ABCD A' B' C' D'$ este egală cu 6 cm, iar punctele M, N, P și Q sunt mijloacele muchiilor $AB, AD, B' C'$ și respectiv $C' D'$.
a) (12,5p) Arătați că planele $(A' MN)$ și (CQP) sunt paralele.
b) (10p) Determinați tangenta unghiului dintre planele (CPQ) și (ABC) .
4. În piramida triunghiulară regulată $VABC$ cu baza triunghiul ABC , $AB = 12$ cm, $VA = 8$ cm, iar punctul M este mijlocul muchiei BC . Calculați:
a) (10p) Distanța de la punctul A la dreapta VM .
b) (12,5p) $\sin \angle (VM, (VAB))$.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.
Se acordă 10 puncte din oficiu.
Timp efectiv de lucru: 3 ore.