



## OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ Etapa locală , SĂLAJ , 9.02.2026

### Clasa a VII-a

#### Subiectul 1

(11p) a) Fie  $x, y$  numere reale strict pozitive. Folosind relația  $\frac{2}{\sqrt{xy}} \leq \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ , arătați că:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{6}} \leq \frac{11}{6}$$

(10p) b) Determinați suma numerelor naturale  $\overline{ab}$  pentru care numărul

$$x = \sqrt{2\overline{ba}} + a + \overline{ab} - 8b \text{ este număr natural;}$$

#### Subiectul 2

(11p) a) Calculați  $a = \sqrt{2 \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + 50) \cdot \left( \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{50 \cdot 51} \right)}$

(10 p) b) Fie  $a$  și  $b$  două numere raționale, astfel încât  $1 \leq a \leq 3$  și  $-3 \leq b \leq 1$ . Arătați că expresia  $E = \sqrt{(2a + b - 7)^2} + |a - b| + \sqrt{(a + 2b + 5)^2}$ , nu depinde de  $a$  și de  $b$

#### Subiectul 3

(21p) Pe laturile  $[AD]$  și  $[DC]$  ale pătratului  $ABCD$  se construiesc triunghiurile echilaterale  $AED$  și  $DFC$ , astfel încât  $E$  este în interiorul pătratului, iar  $F$  este în exteriorul pătratului.

Demonstrați că:

- a) punctele  $B, E$  și  $F$  sunt coliniare;
- b) punctul  $E$  este mijlocul segmentului  $[BM]$ , unde  $\{M\} = BF \cap DC$ .

#### Subiectul 4

(21p) Triunghiul  $ABC$ ,  $\sphericalangle A = 90^\circ$ ,  $\sphericalangle C = 30^\circ$ , este înscris în cercul  $(O, r)$ . Tangenta în punctul  $A$  la cercul  $(O, r)$  intersectează dreapta  $BC$  în punctul  $M$ .

- a) Arătați că  $BC = 2BM$ ;
- b) Dacă  $N$  este un punct situat pe arcul mic  $AC$ ,  $AB \cap CN = \{E\}$ ,  $AC \cap BN = \{F\}$ , iar  $EF \cap AM = \{P\}$ , stabiliți natura triunghiului  $AFP$ .

*Timp de lucru: 3 ore.*

*Pentru fiecare subiect se acordă 21 puncte. Din oficiu se acordă 16 puncte.*