



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ Etapă locală, SĂLAJ, 9.02.2026

Clasa a VII-a

1 Feladat

(11p) a) Lgyenek x, y szigorúan pozitív valós számok. Felhasználva a $\frac{2}{\sqrt{xy}} \leq \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ összefüggést igazold, hogy:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{6}} \leq \frac{11}{6}$$

(10p) b) Határozd meg azoknak az \overline{ab} alakú természetes számoknak az összegét, amelyekre az $x = \sqrt{2\overline{ba} + a + \overline{ab} - 8b}$ természetes szám.

2 Feladat

(11p) a) Számítsd ki: $a = \sqrt{2 \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + 50) \cdot \left(\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{50 \cdot 51} \right)}$

(10 p) b) Legyen a és b két racionális szám úgy, hogy $1 \leq a \leq 3$ és $-3 \leq b \leq 1$. Igazold, hogy az $E = \sqrt{(2a + b - 7)^2} + |a - b| + \sqrt{(a + 2b + 5)^2}$ kifejezés független a -tól és b -től.

3 Feladat

(21p) Az $ABCD$ négyzet $[AD]$ és $[DC]$ oldalaira megszerkesztjük az AED és DFC egyenlő oldalú háromszögeket úgy, hogy E a négyzet belsejében, F pedig a négyzeten kívül helyezkedik el.

Bizonyítsd be, hogy:

- a) a B , E és F pontok kollineárisak;
- b) az E pont a $[BM]$ szakasz felezőpontja, ahol $\{M\} = BF \cap DC$.

4 Feladat

(21p) Adott a (O, r) körbe írt ABC háromszög, $\sphericalangle A = 90^\circ$, $\sphericalangle C = 30^\circ$. Az (O, r) körhöz az A pontban húzott érintő a BC egyenest az M pontban metszi.

- a) Igazold, hogy $BC = 2BM$;
- b) Ha N az AC kisebbik körív egy pontja, $AB \cap CN = \{E\}$, $AC \cap BN = \{F\}$, valamint $EF \cap AM = \{P\}$, határozd meg az AFP háromszög természetét.

Munkaidő: 3 óra.

Minden feladat 21 pontot ér. Hivatalból 16 pont jár.