



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ Etapa locală, SĂLAJ, 9.02.2026

Clasa a VIII-a

Subiectul 1

Se consideră expresia:

$$E(x) = (5x + 2)^2 - (4x - 3)^2 - (3x + 4)(3x - 4) - 3(16x - 3), \text{ unde } x \text{ este număr real.}$$

(11p) a) Arătați că $E(x) = -4x + 20$, pentru orice număr real x .

(10p) b) Determinați valorile numărului întreg a pentru care $\sqrt{(E(a))^2} \leq 12$.

Subiectul 2

(11p) a) Dacă $x \in [-2, \infty)$ și $y \in [-2, \infty)$ atunci numărul $A = xy + 2x + 2y$ aparține intervalului $[-4, \infty)$

(10p) b) Arătați că $\frac{1}{2\sqrt{a}} < \sqrt{a} - \sqrt{a-1}$, unde $a \in \mathbb{N}^*$.

Subiectul 3

Se consideră piramida triunghiulară regulată ABCD, a cărei bază este triunghiul echilateral BCD cu latura de 12 cm, iar muchiile laterale au lungimea $AB = 6\sqrt{2}$ cm. Fie M și N mijloacele muchiilor BC, respectiv CD.

(7p) a) Demonstrați că triunghiul ABD este dreptunghic.

(7p) b) Determinați măsura unghiului format de dreptele AM și DN.

(7p) c) Fie B' și D' mijloacele muchiilor AB, respectiv AD. Calculați aria patrulaterului MND'B'.

Subiectul 4

În tetraedrul ABCD notăm cu M, N, P, Q mijloacele muchiilor AD, AB, BC, respectiv CD. Se știe că $\sphericalangle(AC, BD) = 90^\circ$.

(11p) a) Arătați că $\sphericalangle MNP = 90^\circ$.

(10p) b) Arătați că, dacă $AC = BD$, atunci MNPQ este pătrat.

Timp de lucru: 3 ore.

Fiecare subiect este notat cu 21 de puncte. Se acordă 16 puncte din oficiu.