

## OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ-30.01.2026

Clasa a V-a

## BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

- Se acordă 10p din oficiu.
- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**Subiectul 1 (25p)**

O familie formată din mamă, tată, doi băieți gemeni și o fiică cu trei ani mai mare ca gemenii, plătește pentru o vacanță la munte 4860 de lei. Costul s-a calculat astfel: 1350 de lei pentru fiecare adult, la care se adaugă suma vârstelor copiilor înmulțită cu 90 lei. Care este vârsta unui băiat?

**Soluție:**

|                               |                           |    |
|-------------------------------|---------------------------|----|
| Costul vacanței pentru adulți | $1350 \cdot 2 = 2700$ lei | 7p |
| Costul vacanței pentru copii  | $4860 - 2700 = 2160$ lei  | 7p |
| Suma vârstelor copiilor este  | $2160 : 90 = 24$ ani      | 7p |
| Vârsta unui băiat             | 7 ani                     | 4p |

**Subiectul 2 (25p)**

Se consideră numerele:

$$x = 624 \cdot 57 - 45 \cdot 624 + 12 + 625 \cdot 13 \text{ și}$$

$$y = (8^{17} \cdot 4^5 \cdot 2^{60} + 3^{100} \cdot 27^{33} \cdot 9)^{2026} \cdot 29^{2025} + 1^{2027} + 2028^0 - 28.$$

**(10p) a)** Arătați că  $x$  este pătrat perfect și cub perfect.**(15p) b)** Comparați  $x^{11}$  cu  $2^{51y+1}$ .**Soluție:**

|    |   |                      |
|----|---|----------------------|
| a) | $x = 624(57 - 45) + 12 + 625 \cdot 13$<br>$x = 624 \cdot 12 + 12 + 625 \cdot 13$<br>$x = 625 \cdot 12 + 625 \cdot 13 = 625 \cdot 25$<br>$x = 5^6 = (5^3)^2 = (5^2)^3$ | 2p<br>2p<br>2p<br>4p |
| b) | $y = 3$<br>$x^{11} = 5^{66} = (5^3)^{22} = 125^{22}$<br>$2^{51y+1} = 2^{154} = (2^7)^{22} = 128^{22}$<br>$125 < 128 \Rightarrow x^{11} < 2^{51y+1}$                   | 5p<br>2p<br>4p<br>4p |

**Subiectul 3 (20p)****(10p) a)** Determinați ultima cifră a numărului  $2027^{2028}$ .**(10) b)** Aflați  $x$ , număr natural, pentru care  $2025^x + 2026 \cdot x = 2027^{2028} \cdot x + 1$ .**Soluție:**

|    |  |          |
|----|--|----------|
| a) | $u(2027^{2028}) = u(7^4) = 1$  | 10p      |
| b) | Dacă $x$ este număr natural impar atunci $2025^x + 2026 \cdot x$ este număr impar iar $2027^{2028} \cdot x + 1$ este număr par<br>Deci $x$ este număr natural par. | 2p<br>2p |



|  |  |    |
|--|--|----|
|  | Se observă că $x = 0$ este soluție.  | 2p |
|  | Analizăm cazurile $x > 0$ , cu ultima cifră pară și se observă că cei doi membri ai egalității au ultima cifră diferită. | 2p |
|  | În concluzie $x = 0$ este soluție.   | 2p |

#### Subiectul 4 (20p)

**(10p) a)** Aflați numerele naturale nenule, care împărțite la 19 dau restul un pătrat perfect, de două ori mai mare decât câțul.

**(10p) b)** Se consideră  $n$ , număr natural. Dacă  $n$  împărțit la 12 dă restul 10, iar  $n + 2$  împărțit la 18 dă restul 12, aflați restul împărțirii lui  $n + 1$  la 3.

#### Soluție:

|    |  |    |
|----|--|----|
| a) | $n = 19 \cdot c + r, r < 19, r = k^2, r = 2c$                    | 3p |
|    | $r$ este pătrat perfect, număr par, rezultă $r = 4$ sau $r = 16$ | 3p |
|    | Dacă $r = 4$ rezultă $c = 2$ , iar numărul este 42               | 2p |
|    | Dacă $r = 16$ rezultă $c = 8$ , iar numărul este 168             | 2p |
| b) | $n = 12 \cdot a + 10, n + 2 = 18 \cdot b + 12$                   | 2p |
|    | Adunând cele 2 egalități obținem $2(n + 1) = 2(6a + 9b + 11)$    | 2p |
|    | $n + 1 = 6a + 9b + 9 + 2$  | 2p |
|    | $n + 1 = 3(2a + 3b + 3) + 2$                                     | 2p |
|    | Restul este 2  | 2p |