

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ  
ETAPA LOCALĂ-30.01.2026

Clasa a VI-a

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

- Se acordă 10p din oficiu.
- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem .

**Subiectul 1 (25p)**

*Determinați numerele naturale  $a, b, c$ , știind că  $a$  și  $b$  sunt direct proporționale cu numerele 3 și 7,*

*iar  $\frac{a}{a+5} = \frac{c}{c+8}$  și  $a^2 + b^2 + c^2 = 2026$ .*

**Soluție:**

Subiectul 1	
$\frac{a}{3} = \frac{b}{7} = k \Rightarrow a = 3k, b = 7k$	7 p
$\frac{a}{a+5} = \frac{c}{c+8} \Rightarrow \frac{a}{5} = \frac{c}{8} \Rightarrow c = \frac{24k}{5}$	7 p
$a^2 + b^2 + c^2 = 2026 \Rightarrow 9k^2 + 49k^2 + \frac{576k^2}{25} = 2026 \Rightarrow k = 5$	7 p
Soluție: $a = 15, b = 35, c = 24$ .	4 p

**Subiectul 2 (25p)**

*Determinați numerele naturale  $n$  și  $x$  care verifică:  $10^n + 189 = x^2$  .*

(Gazeta Matematică)

**Soluție:**

Subiectul 2	
$n=0$ și $n=1$ nu verifică	7 p
$n = 2 \Rightarrow x^2 = 289 \Rightarrow x = 17$	10 p
$n \geq 3 \Rightarrow 10^n + 189 = M_8 + 5$ Deci $x^2 = M_8 + 5$ ceea ce nu e posibil deoarece un pătrat perfect poate fi doar de forma $M_8, M_8 + 1, M_8 + 4$ . Asadar, singura soluție este: $n = 2$ și $x = 17$	8 p

### Subiectul 3 (20p)

Într-o clasă sunt 33 elevi. Fiecare dintre ei, la orele de educație-fizică, practică cel puțin un sport: fotbal, baschet sau volei.

Se știe că: 13 joacă fotbal, 15 joacă baschet și 14 joacă volei. În plus, mai știm: 5 joacă fotbal și baschet, 3 joacă baschet și volei, iar 2 joacă fotbal și volei.

- Câți elevi practică toate cele trei sporturi?
- Determinați numărul elevilor care joacă doar fotbal, a celor care joacă doar baschet și a celor care joacă doar volei.

**Soluție:**

Subiectul 3		
a)	Vom nota: F, B, V mulțimea elevilor care joacă fotbal, baschet, respective volei. $ F  = 13,  B  = 15,  V  = 14,  F \cap B  = 5,  B \cap V  = 3,  F \cap V  = 2$	4 p
	$ F  +  B  +  V  -  F \cap B  -  B \cap V  -  F \cap V  +  F \cap B \cap V  = 33$	4 p
	$13 + 15 + 14 - 5 - 3 - 2 +  F \cap B \cap V  = 33 \Rightarrow  F \cap B \cap V  = 1$	3 p
b)	$13 - (4 + 1 + 1) = 7$ – joacă doar fotbal	3 p
	$15 - (4 + 2 + 1) = 8$ – joacă doar baschet	3 p
	$14 - (2 + 1 + 1) = 10$ – joacă doar volei	3 p

### Subiectul 4. (20p)

În jurul punctului O se consideră unghiurile AOB, BOC, COD, DOA, cu interioarele disjuncte, astfel încât:  $m(\sphericalangle BOC) = 2 \cdot m(\sphericalangle AOB)$ ,  $2 \cdot m(\sphericalangle COD) = 3 \cdot m(\sphericalangle BOC)$  și  $7 \cdot m(\sphericalangle DOA) = 6 \cdot m(\sphericalangle COD)$

- Determinați măsurile unghiurilor AOB, BOC, COD și DOA.
- Determinați măsura unghiului format de semidreapta opusă lui  $\sphericalangle BOA$  și bisectoarea unghiului DOA.

**Soluție:**

Subiectul 4		
a)	Notăm $m(\sphericalangle AOB) = k \Rightarrow m(\sphericalangle BOC) = 2k, m(\sphericalangle COD) = 3k, m(\sphericalangle DOA) = \frac{18k}{7}$ .	3 p
	$k + 2k + 3k + \frac{18k}{7} = 360^\circ \Rightarrow k = 42^\circ$	3 p
	$m(\sphericalangle AOB) = 42^\circ, m(\sphericalangle BOC) = 84^\circ, m(\sphericalangle COD) = 126^\circ, m(\sphericalangle DOA) = 108^\circ$	5 p

b)	Fie $[OE]$ semidreapta opusă lui $[OB]$ și $[OF]$ - bisectoarea $\sphericalangle DOA \Rightarrow m(\sphericalangle EOD) = 30^0$	3 p
	$\Rightarrow m(\sphericalangle DOF) = 54^0$	3 p
	$\Rightarrow m(\sphericalangle EOF) = m(\sphericalangle EOD) + m(\sphericalangle DOF) = 84^0$	3 p