

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ-30.01.2026**

Clasa a VII-a

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

- Se acordă 10p din oficiu.
- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem .

Subiectul 1 (25p)

Se consideră numerele reale $a = \left(0, (3) + \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{15^2-12^2}}\right)^{-1}$ și

$$b = \left(\frac{42}{\sqrt{98}} - \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 13} + \frac{\sqrt{56}}{\sqrt{7}}\right) : 5 + |\sqrt{2} - 3|.$$

- a) (10p) Arătați că $a^2 = \frac{81}{64}$.
- b) (15p) Arătați că $\sqrt{2} < \sqrt{a \cdot b} < \sqrt{3}$.

Soluție:

Subiectul 1		
a)	$a = \left(\frac{3}{9} + \frac{5}{9}\right)^{-1}$	5p
	$a = \left(\frac{8}{9}\right)^{-1} = \frac{9}{8} \Rightarrow a^2 = \frac{81}{64}$	5p
b)	$b = \left(\frac{42}{7\sqrt{2}} - 5 + \sqrt{8}\right) : 5 + \sqrt{2} - 3 $	5p
	$b = (3\sqrt{2} - 5 + 2\sqrt{2}) : 5 + 3 - \sqrt{2}$	2p
	$b = (5\sqrt{2} - 5) : 5 + 3 - \sqrt{2}$	
	$b = \sqrt{2} - 1 + 3 - \sqrt{2}$	
	$b = 2$	2p
	$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$	3p
	$\sqrt{2} < \frac{3}{2} < \sqrt{3} \Leftrightarrow 2 < \frac{9}{4} < 3 \Leftrightarrow 8 < 9 < 12$	3p

Subiectul 2 (25p)

- a) (10p) Arătați că numărul $\sqrt{122^{41} + 147^{400}}$ este irațional.
- b) (15p) Determinați numerele raționale a și b pentru care are loc egalitatea:

$$a \cdot \sqrt{9 + 2\sqrt{14}} + b \cdot \sqrt{30 - 4\sqrt{14}} = 3\sqrt{2} + 9\sqrt{7}.$$

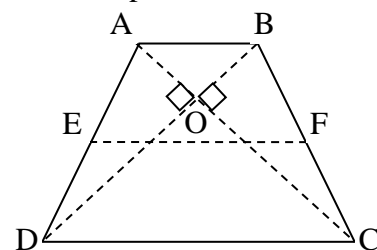
Soluție:

Subiectul 2		
a)	$u(122^{41}) = 2, u(147^{400}) = 1$ $u(122^{41} + 147^{400}) = 3 \Rightarrow 122^{41} + 147^{400}$ nu este pătrat perfect $\Rightarrow \sqrt{122^{41} + 147^{400}}$ este irațional	6p 4p
b)	$\sqrt{9 + 2\sqrt{14}} = \sqrt{2} + \sqrt{7}$ $\sqrt{30 - 4\sqrt{14}} = 2\sqrt{7} - \sqrt{2}$ $a(\sqrt{2} + \sqrt{7}) + b(2\sqrt{7} - \sqrt{2}) = 3\sqrt{2} + 9\sqrt{7}$ $\begin{cases} a + 2b = 9 \\ a - b = 3 \end{cases}$ $b = 2, a = 5$	4p 4p 1p 6p

Subiectul 3 (20p)

Fie $ABCD$ un trapez isoscel ($AB \parallel CD$) cu diagonalele perpendiculare. Notăm cu E și F mijloacele laturilor neparalele, O intersecția diagonalelor trapezului.

- (8p) Dacă perimetrul trapezului este 60cm, aflați perimetrul triunghiului EOF , unde $AC \cap BD = \{O\}$.
- (12p) Arătați că aria triunghiului AOD este un sfert din produsul bazelor trapezului.



Soluție:

Subiectul 3		
a)	$OE = \frac{AD}{2}, OF = \frac{BC}{2}$ $EF = \frac{AB+DC}{2}$ $\mathcal{P}_{\triangle EOF} = OE + OF + EF$ $\mathcal{P}_{\triangle EOF} = \frac{\mathcal{P}_{ABCD}}{2} = 30 \text{ cm}$	4p 1p 3p

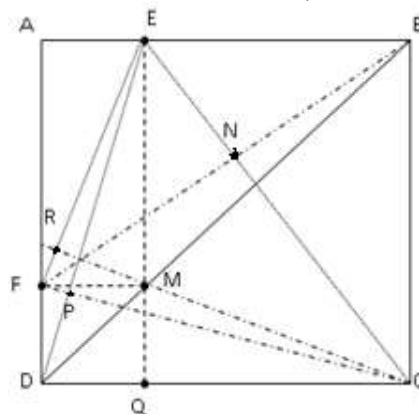
b)	Notăm $AB = x$ și $DC = y$	
	$\mathcal{A}_{\triangle AOB} = \frac{x^2}{4}, \mathcal{A}_{\triangle DOC} = \frac{y^2}{4}$	4p
	$\mathcal{A}_{ABCD} = \frac{(y+x)^2}{4}$	3p
	$\triangle AOD \equiv \triangle BOC \text{ (C.C)} \Rightarrow \mathcal{A}_{\triangle AOD} = \mathcal{A}_{\triangle BOC}$	3p
	Din relația $\mathcal{A}_{ABCD} = 2\mathcal{A}_{\triangle AOD} + \mathcal{A}_{\triangle AOB} + \mathcal{A}_{\triangle DOC}$	
	$\Rightarrow \mathcal{A}_{\triangle AOD} = \frac{y \cdot x}{4} = \frac{DC \cdot AB}{4}$	2p

Subiectul 4. (20p)

Se consideră dreptunghiul $ABCD$ și un punct M pe diagonala BD . Fie $ME \perp AB, E \in AB$ și $MF \perp AD, F \in AD$. Știind că $ME + MF = AB$, arătați că:

- (7p) $ABCD$ este pătrat.
- (13p) Dreptele CM, DE și BF sunt concurente.

Gazeta Matematică nr.9/2025



Soluție:

Subiectul 4		
a)	$AEMF$ este dreptunghi $\Rightarrow MF = AE, EM = AF$ Cum $AE + EB = AB$ și $ME + MF = AB \Rightarrow AE + ME = AB \Rightarrow ME = EB$ $\triangle MEB = \text{triunghi dreptunghic isoscel} \Rightarrow \sphericalangle EBM = 45^\circ \Rightarrow \sphericalangle ABD = \sphericalangle ADB = 45^\circ$ $\Rightarrow \triangle ADB \text{ dreptunghic isoscel} \Rightarrow AB = AD \Rightarrow ABCD = \text{pătrat}$	2p 2p 2p 1p
b)	Fie $BF \cap CE = \{N\}, DE \cap FC = \{P\}, ME \cap CD = \{Q\}, CM \cap EF = \{R\}$ Cum $AF = ME = EB$ și $AB = BC \xrightarrow{C} \triangle ABF \equiv \triangle BCE \text{ (C.C)} \Rightarrow \sphericalangle ABF = \sphericalangle BCE$ Din $\triangle BNC$ obținem că $\sphericalangle BNC = 90^\circ \Rightarrow FN \perp CE \Rightarrow FN = \text{înălțimea } \triangle CEF \text{ (1)}$ Cum $AE = FM = FD$ și $AD = DC \Rightarrow \triangle AED \equiv \triangle DFC \text{ (C.C)} \Rightarrow \sphericalangle AED = \sphericalangle DFC$ Din $\triangle DPF$ obținem că $\sphericalangle DPF = 90^\circ \Rightarrow EP \perp CF \Rightarrow EP = \text{înălțimea } \triangle CEF \text{ (2)}$ Cum $QC = BE = ME$ și $QM = MF \Rightarrow \triangle MQC \equiv \triangle FME \text{ (C.C)} \Rightarrow \sphericalangle MCQ = \sphericalangle MEF$ Din $\triangle MRE$ obținem că $\sphericalangle MRE = 90^\circ \Rightarrow CR \perp FE \Rightarrow CR = \text{înălțimea } \triangle CEF \text{ (3)}$ În $\triangle CEF \Rightarrow FN \cap EP \cap CR = \{H\} \Rightarrow CM \cap DE \cap BF = \{H\}$	3p 3p 3p 3p 1p