

Concursul Național de Matematică Aplicată „Adolf Haimovici”
etapa locală – Maramureș
7 februarie 2026

Subiect
Clasa a XII- a – Secțiunea H1
Filieră tehnologică, toate profilurile și specializările

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

Se acordă 10 puncte din oficiu.
Scrieți rezolvările complete.

Problema 1.

(20 puncte)

Determinați:

- a) $\int \frac{1}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}, \quad x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$
b) $\int \frac{(\sqrt{x}-1)^3}{x^2} dx, \quad x \in (0, \infty)$

Problema 2.

(20 puncte)

Pe \mathbb{R} definim legea de compoziție $x \circ y = \sqrt{x^2 y^2 - x^2 - y^2 + 2}$, $x, y \in \mathbb{R}$ și fie $G = (1; \infty)$.

- a) Arătați că $(G; \circ)$ este un grup abelian.
b) Determinați numerele reale m și n astfel încât $f: \mathbb{R}_+^* \rightarrow G, f(x) = \sqrt{mx + n}$ să fie un izomorfism între grupurile (\mathbb{R}_+^*, \cdot) și (G, \circ) .

Problema 3.

(20 puncte)

Fie $M = \left\{ A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid A = \begin{pmatrix} 2a & 3b \\ b & 2a \end{pmatrix}, a, b \in \mathbb{R}, 4a^2 - 3b^2 = 1 \right\} \subset \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$. Arătați că:

- a) (M, \cdot) este grup abelian
b) M are cel puțin 2026! elemente.

Problema 4. (problema de matematică aplicată)

(30 puncte)

Profitul total obținut de o firmă prin fabricarea a x frigidere într-o anumită lună este dat de funcția

$p: [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$. Știind că derivata funcției profit este $p'(x) = 600 - 6x$ și că $p(0) = 0$, determinați:

- a) Funcția profit p .
b) Profitul maxim și numărul de frigidere fabricate într-o lună pentru care profitul este maxim.
c) Numărul minim $x \neq 0$ de frigidere pentru care nu se mai încasează profit.