

**Concursul Național de Matematică Aplicată „Adolf Haimovici”**  
**etapa locală – Maramureș**  
**7 februarie 2026**

**Subiect**  
**Clasa a XI - a – secțiunea H2**  
**Filiera teoretică, profil real, specializarea științe ale naturii**

Toate subiectele sunt obligatorii.  
Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

Se acordă 10 puncte din oficiu.  
Scrieți rezolvările complete.

**Problema 1.**

**(20 puncte)**

Fie  $G$  mulțimea matricelor de forma  $A(x) = \begin{pmatrix} x & 0 & x \\ 0 & 0 & 0 \\ x & 0 & x \end{pmatrix}$ , unde  $x$  este un număr real.

- Demonstrați că oricare ar fi două matrice  $A, B \in G$ , rezultă că  $AB \in G$ ;
- Demonstrați că există o matrice  $E \in G$  astfel încât  $AE = A$ , oricare ar fi  $A \in G$ ;
- Determinați numărul natural nenul  $n$  pentru care  $A^n(x) = A(2^{2025}x^{2026})$ .

**Problema 2.**

**(20 puncte)**

Se consideră matricea  $A = (a_{ij})_{1 \leq i, j \leq 3}$ , unde  $a_{ij} = (-1)^i + (-1)^j$ , pentru orice  $i, j \in \{1, 2, 3\}$ .

- Calculați determinantul matricei  $A$ .
- Arătați că  $A^n \neq I_3$ , pentru orice  $n \in \mathbb{N}^*$ .

**Problema 3.**

**(20 puncte)**

Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} - \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(x) = \frac{e^x(x+a) + x}{x-1}, a \in \mathbb{R}.$$

- Determinați valorile lui  $a$  astfel încât  $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - e^x) \in \mathbb{R}$ .
- Pentru  $a = -1$  determinați ecuația asimptotei spre  $-\infty$  la graficul funcției  $f$ .

**Problema 4. (problema de matematică aplicată)**

**(30 puncte)**

Se consideră numerele întregi  $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2$  și matricea  $A = \begin{pmatrix} 1 & a_1 & 0 \\ 0 & a_2 & b_1 \\ b_2 & 0 & a_3 \end{pmatrix}$ . Două persoane P și Q joacă următorul joc: P dă o valoare lui  $a_1$ , apoi Q dă o valoare lui  $b_1$ , iarăși P dă o valoare lui  $a_2$ , apoi Q dă o valoare lui  $b_2$  și, în sfârșit, P dă o valoare lui  $a_3$ . Câștigă P dacă și numai dacă  $|\det A| = 1$ . Precizați tripletele  $(a_1, a_2, a_3)$  care asigură victoria lui P, indiferent de alegerile lui Q.