

Concursul Național de Matematică Aplicată „Adolf Haimovici”
etapa locală – Maramureș
7 februarie 2026

Subiect
Clasa a XI - a – Secțiunea H1
Filieră tehnologică, toate profilurile și specializările

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

Se acordă 10 puncte din oficiu.
Scrieți rezolvările complete.

Problema 1. (20 puncte)

Într-un sistem de axe xOy , considerăm punctele $O(0,0)$ și $A_n(n+1, 2n+1)$, cu n număr natural nenul.

- Determinați ecuația dreptei A_1A_2
- Determinați aria triunghiului OA_1A_2
- Arătați că punctele A_1, A_2, A_n sunt coliniare, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}^*$, $n \geq 3$.

Problema 2. (20 puncte)

Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ și matricea $X(a) = I_2 + aA$, unde a este un număr real.

- Demonstrați că $X(a)X(b) = X(a+b+5ab)$, oricare ar fi $a, b \in \mathbb{R}$.
- Aflați numărul real c astfel încât $X(a)X(c) = X(c)$, oricare ar fi $a \in \mathbb{R}$.
- Determinați numărul real t astfel încât

$$X\left(\frac{14}{5}\right)X\left(\frac{9}{5}\right) \dots X\left(\frac{-6}{5}\right)X\left(\frac{-11}{5}\right) = X(t).$$

Problema 3. (20 puncte)

Se dă funcția $f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$, cu

$$f(x) = \frac{x^2 + 3x - 4}{x}.$$

- Calculați $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$
- Determinați ecuația asimptotei către $+\infty$ la graficul funcției f .

Problema 4. (problema de matematică aplicată) (30 puncte)

Se numește cod de lungime n^2 o matrice A de tip $n \times n$ care are drept elemente doar cifre nenule astfel încât fiecare cifră apare o singură dată.

- Arătați că există cel puțin două coduri A de lungime 4 și cu cel puțin două elemente diferite, pentru care $\det(A) = 0$;
- Studiați dacă există un cod A de lungime 9 pentru care $\det(A)$ este un multiplu nenul al lui 3. Câte coduri de lungime 9 există?
- Stabiliți dacă există coduri de lungime 25.