

**Concursul Național de Matematică Aplicată „Adolf Haimovici”**  
**etapa locală – Maramureș**  
**7 februarie 2026**

**Subiect**

**Clasa a X - a – secțiunea H2**

**Filiera teoretică, profil real, specializarea științe ale naturii**

Toate subiectele sunt obligatorii.  
Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

Se acordă 10 puncte din oficiu.  
Scrieți rezolvările complete.

**Problema 1.**

**(20 puncte)**

- a) Comparați 2,5 cu numerele  $x = \sqrt[3]{16}$  și  $y = \log_2 5$ .  
b) Comparați între ele numerele  $a = \log_3 4$  și  $b = \log_4 9$ .

**Problema 2.**

**(20 puncte)**

Se consideră expresia  $E(x) = \log_2(2x^2) + (\log_2 x) \cdot (\log_2 2x) + \frac{1}{2}(\log_4 x^4)^2 + (\log_2 x)^3$  cu  $x > 0$ .

- a) Calculați  $E\left(\frac{1}{8}\right)$ .  
b) Arătați că  $E(x) = (1 + \log_2 x)^3$ , pentru orice  $x > 0$ .  
c) Calculați  $E(1) + E(2) + E(2^2) + \dots + E(2^{2026})$ .

**Problema 3.**

**(20 puncte)**

- a) Demonstrați că pentru  $(\forall)x > 0$  avem  $2^x \cdot 2^{\frac{1}{x}} \geq 4$ .  
b) Demonstrați că:

$$\log_2 3 + \log_3 4 + \dots + \log_{2025} 2026 + \log_3 2 + \log_4 3 + \dots + \log_{2026} 2025 \geq 4048.$$

**Problema 4.**

**(30 puncte)**

Un număr complex  $z$  se numește *deosebit* dacă verifică relația  $\frac{z}{2} + \frac{2}{z} = -1$ .

- a) Arătați că numărul  $z = i\sqrt{3} - 1$  este *deosebit*.  
b) Arătați că există doar două numere *deosebite*.  
c) Știind că  $z_1$  și  $z_2$  sunt cele două numere *deosebite*, arătați că  $z_1^{2026} + z_2^{2026} = -2^{2026}$ .