

Concursul Național de Matematică Aplicată „Adolf Haimovici”
etapa locală – Maramureș
7 februarie 2026

Subiect
Clasa a X - a – Secțiunea H1
Filieră tehnologică, toate profilurile și specializările

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

Se acordă 10 puncte din oficiu.
Scrieți rezolvările complete.

Problema 1.

(20 puncte)

Determinați $x \in \mathbb{R}$ pentru care să existe următoarele expresii:

a) $E_1(x) = \log_{(20-5x)}(x^2 - 4x + 3)$

b) $E_2(x) = {}^{4-x^2}\sqrt{x-3}$

Problema 2.

(20 puncte)

a) Arătați că $(x-2)^3 + (x+2)^3 = 2x(x^2 + 12)$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

b) Demonstrați că numărul $\sqrt[3]{2-\sqrt{3}} - \sqrt[3]{2+\sqrt{3}}$ este soluție a ecuației $x^3 + 3x + 2\sqrt{3} = 0$.

Problema 3.

(20 puncte)

Calculați:

a) $i + i^2 + i^3 + \dots + i^{100}$

b) $i + 2i^2 + 3i^3 + \dots + 100i^{100}$.

Problema 4.

(30 puncte)

La școală, profesorul joacă un joc cu doi elevi: Andrei și Bogdan. Profesorul rostește un număr real nenul x , Andrei calculează 8^x , iar Bogdan calculează $8^{\frac{1}{x}}$.

a) Când profesorul rostește $\log_8 2$, arătați că cei doi elevi obțin numere naturale.

b) Dacă profesorul rostește $\frac{\sqrt[3]{-64}}{3}$, care elev obține un număr mai mare?

c) Elevii obțin numere egale. Ce număr a rostit profesorul?

d) Arătați că, pentru orice număr pozitiv rostit de profesor, produsul numerelor obținute de cei doi elevi nu poate fi mai mic decât 64.