

Concursul Național de Matematică Aplicată „Adolf Haimovici”
etapa locală – Maramureș
7 februarie 2026

Subiect

Clasa a IX - a – secțiunea H2

Filiera teoretică, profil real, specializarea științe ale naturii

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

Se acordă 10 puncte din oficiu.
Scrieți rezolvările complete.

Problema 1.

(20 puncte)

- a) Arătați că $x^2 + y^2 \geq 2xy$ oricare ar fi numerele reale x și y .
b) Arătați că $\left(\frac{y}{xz} + x\right)\left(\frac{z}{xy} + y\right)\left(\frac{x}{yz} + z\right) \geq 8$, oricare ar fi numerele reale strict pozitive x , y și z .

Problema 2.

(20 puncte)

Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x^2 + 2[x] \cdot \{x\} + 3\{x\}^2 = 4$.

Problema 3.

(20 puncte)

Trapezul $ABCD$, are baza AB de k ori mai mare decât baza mică CD . Dacă P este un punct oarecare din planul trapezului, atunci exprimați vectorul \overrightarrow{PB} în funcție de vectorii $\overrightarrow{PA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{PD} = \vec{d}$ și $\overrightarrow{PC} = \vec{c}$.

Problema 4.

(30 puncte)

O firmă de biotehnologii produce lunar un anumit reactiv. În prima lună se produc 120 de unități, iar în fiecare lună producția crește cu 15 unități față de luna precedentă.

- a) Determinați producția din luna a 5-a.
b) Calculați cantitatea totală produsă în primele 12 luni.
c) Aflați în a câta lună producția lunară va depăși 300 de unități.