

Concursul Național de Matematică Aplicată „Adolf Haimovici”
etapa locală – Maramureș
7 februarie 2026

Subiect
Clasa a IX - a – Secțiunea H1
Filieră tehnologică, toate profilurile și specializările

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

Se acordă 10 puncte din oficiu.
Scrieți rezolvările complete.

Problema 1.

(20 puncte)

Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

p : „Numărul $S = [-9,9] + [-8,8] + \dots + [-1,1] + [1,1] + \dots + [9,9]$ este număr natural”, unde prin $[a]$ s-a notat partea întreagă a numărului a .

q : „ $\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} > 2\sqrt{2}$ ”.

Problema 2.

(20 puncte)

- a) Arătați că $\frac{2ab}{a+b} \leq \frac{a+b}{2}$, oricare ar fi numerele reale strict pozitive a și b .
b) Dacă a, b și c sunt numere reale strict pozitive astfel încât $a + b + c = 1$, arătați că

$$\frac{ab}{a+b} + \frac{bc}{b+c} + \frac{ac}{a+c} \leq \frac{1}{2}.$$

Problema 3.

(20 puncte)

Se consideră segmentul AB și punctele E și F care împart segmentul AB în trei părți egale, $E \in [AF]$. Fie P un punct oarecare din plan. Exprimați vectorii \overrightarrow{PE} și \overrightarrow{PF} în funcție de vectorii $\overrightarrow{PA} = \vec{a}$ și $\overrightarrow{PB} = \vec{b}$.

Problema 4.

(30 puncte)

Un număr de țevi lungi se taie în bucăți.

- a) Dacă s-au făcut 50 de tăieturi și s-au obținut 60 de bucăți, determinați câte țevi au fost inițial.
b) Dacă prima țevă se taie în trei bucăți, iar următoarele țevi se taie astfel încât din fiecare țevă se obține dublul numărului de bucăți obținute din țeva precedentă, determinați numărul minim de țevi necesar pentru a obține în total cel puțin 90 de bucăți.