

Concursul Național de Matematică Aplicată „Adolf Haimovici”
etapa locală – Maramureș
7 februarie 2026

Barem de corectare și notare
Clasa a X - a – secțiunea H2
Filiera teoretică, profil real, specializarea științe ale naturii

Problema 1. (20 puncte)

a) $\sqrt[3]{16}$ și $\frac{5}{2}$. După ridicare la cub, obținem $16 > \frac{125}{8} \Leftrightarrow 128 > 125$ deci $x > 2,5$ 5 p

$\log_2 5$ și $\frac{5}{2}$. Obținem $5 < 2^{\frac{5}{2}} \Leftrightarrow 25 < 32$ deci $y < 2,5$ 5 p

b) Comparăm numerele cu 1,5 și obținem $\log_3 4 < \frac{3}{2} \Leftrightarrow 16 < 27$, 5 p

iar $\log_4 9 > \frac{3}{2} \Leftrightarrow 81 > 64$

Așadar $a < 1,5$ iar $b > 1,5$ deci $a < b$ 5 p

Problema 2. (20 puncte)

a) Calcul direct, rezultat -8 5 p

b) Notăm eventual $\log_2 x = t$ de unde rezultă prin calcul egalitatea. 10 p

c) $1^3 + 2^3 + \dots + 2027^3 = (1014 \cdot 2027)^2$ 5 p

Problema 3. (20 puncte)

a) $2^{x+\frac{1}{x}} \geq 2^2 \Leftrightarrow x + \frac{1}{x} \geq 2$ relație adevărată pentru orice $x > 0$ 10 p

b) Pe baza $x + \frac{1}{x} \geq 2$ avem $\log_2 3 + \log_3 2 \geq 2$, ..., $\log_{2025} 2026 + \log_{2026} 2025 \geq 2$

Adunând relațiile obținem inegalitatea cerută. 10 p

Problema 4. (30 puncte)

a) Calcul direct 10 p

b) Relația cerută este echivalentă cu ecuația $z^2 + 2z + 4 = 0$ cu soluțiile $z_{1,2} = -1 \pm i\sqrt{3}$, care sunt
așadar singurele numere *deosebite*. 10 p

c) Observăm $z_i^3 = 8$.

Obținem

$$z_1^{2026} + z_2^{2026} = (z_1^3)^{675} \cdot z_1 + (z_2^3)^{675} \cdot z_2 = 8^{675}(z_1 + z_2) = 2^{2025} \left(\frac{-b}{a} \right) = -2^{2026}. \dots 10 p$$