

**Concursul Național de Matematică Aplicată „Adolf Haimovici”  
etapa locală – Maramureș  
7 februarie 2026**

**Barem de corectare și notare  
Clasa a IX - a – secțiunea H2  
Filiera teoretică, profil real, specializarea științe ale naturii**

**Problema 1. (20 puncte)**

- 1) a)  $x^2 + y^2 - 2xy \geq 0$  .....3p  
 $(x - y)^2 \geq 0, \forall x, y \in R$  .....3p  
 b) Aplicăm de trei ori inegalitatea mediilor  $m_a \geq m_g$  .....2p  
 $\frac{y}{xz} + x \geq 2\sqrt{\frac{y}{xz} \cdot x} \Rightarrow \frac{y}{xz} + x \geq 2\sqrt{\frac{y}{z}}$  .....3p  
 Analog  $\frac{z}{xy} + y \geq 2\sqrt{\frac{z}{x}}$  .....3p  
 $\frac{x}{yz} + z \geq 2\sqrt{\frac{x}{y}}$  .....3p  
 Înmulțim aceste inegalități membru cu membru și obținem  
 $\left(\frac{y}{xz} + x\right)\left(\frac{z}{xy} + y\right)\left(\frac{x}{yz} + z\right) \geq 8$  .....3p

**Problema 2. (20 puncte)**

- Folosim  $x = [x] + \{x\}$  .....1p  
 Înlocuind în ecuația dată obținem  $([x] + 2\{x\})^2 = 4$  .....3p  
 $[x] + 2\{x\} = \pm 2$  .....2p  
 Dar  $[x] \in Z$  și  $\pm 2 \in Z$ , deci  $2\{x\} \in Z$  .....2p  
 Se obține  $\{x\} \in \left\{0; \frac{1}{2}\right\}$  .....2p  
 Caz I  $\{x\} = 0$   
 Obținem  $x^2 = 4$  .....2p  
 $x \in \{\pm 2\}$  .....1p  
 Caz II  $\{x\} = \frac{1}{2}$   
 $x^2 + [x] = \frac{13}{4}$  .....2p  
 $4x^2 + 4x - 15 = 0$  .....3p  
 $x_1 = \frac{3}{2}$  .....1p  
 $x_2 = -\frac{5}{2}$  .....1p

**Problema 3. (20 puncte)**

- Din ipoteză avem că  $AB = k \cdot CD$  și  $AB \parallel CD, k > 1$  .....2p  
 Vectorii  $\overrightarrow{AB}$  și  $\overrightarrow{CD}$  sunt coliniari, deci  $\overrightarrow{AB} = k \cdot \overrightarrow{CD}$  .....2p  
 În triunghiul  $PDC$  vectorul  $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{PC} - \overrightarrow{PD}$  .....4p  
 În triunghiul  $PAB$ , vectorul  $\overrightarrow{PB} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{PA} + k \cdot \overrightarrow{DC} \Rightarrow \overrightarrow{PB} = \overrightarrow{PA} + k \cdot (\overrightarrow{PC} - \overrightarrow{PD})$   
 Deci  $\overrightarrow{PB} = \vec{a} + k \cdot (\vec{c} - \vec{d})$  .....12p

**Problema 4.**

**(30 puncte)**

- a)  $a_1 = 120$  .....1p  
 $r = 15$ .....1p  
 $a_5 = a_1 + 4r$  .....2p  
 $a_5 = 180$ .....2p
- b)  $S_{12} = \frac{(a_1 + a_{12}) \cdot 12}{2}$  .....2p  
 $a_{12} = a_1 + 11r$ .....2p  
 $a_{12} = 285$ .....3p  
 $S_{12} = 2430$ .....4p
- c) Formularea inegalității  $a_n > 300$  .....3p  
 $120 + (n - 1) \cdot 15 > 300$ .....3p  
 Se obține  $n > 13$  .....5p  
 Producția finală depășește 300 de unități în luna a 14 –a.....2p

**Se acordă 10 puncte din oficiu.**