

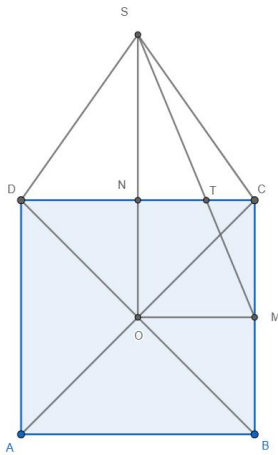
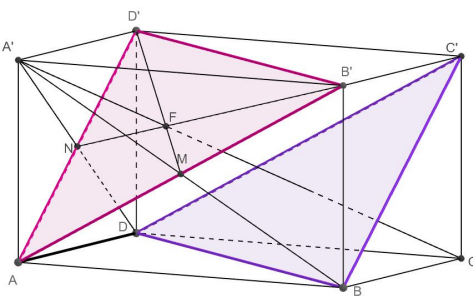
OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
02.02.2026

CLASA a VIII-a

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu.

1.	$x \in [-4; 5] \Rightarrow -4 \leq x \leq 5$ $\sqrt{(x+4)^2} = x+4 $ $0 \leq x+4 \leq 9 \Rightarrow x+4 = x+4$ $-9 \leq x-5 \leq 0 \Rightarrow x-5 = 5-x$ $\sqrt{3(2y-9)^2 + (x-5)^2} = \sqrt{3(x-5)^2 + (x-5)^2} = \sqrt{4(x-5)^2} = 2 \cdot x-5 = 10-2x$ $\sqrt{(x+4)^2 + 12y^2} = \sqrt{(x+4)^2 + 3(x+4)^2} = \sqrt{4(x+4)^2} = 2 \cdot x+4 = 2x+8$ $E = x+4+5-x+10-2x+2x+8$ $E=27$	2p 2p 3p 3p 3p 3p 3p 1p
2.a)	$n^2 + 10n + 29 = (n+5)^2 + 4$ <i>Presupunem $A = \text{pătrat perfect} \Rightarrow (n+5)^2 + 4 = k^2, k \in \mathbb{Z}$</i> $k^2 - (n+5)^2 = 4$ $[k - (n+5)] \cdot [k + (n+5)] = 4$ Caz 1: $k - (n+5) = 1$ și $k + (n+5) = 4 \Rightarrow 2k = 5 \Rightarrow k = \frac{5}{2} \notin \mathbb{N}$ Caz 2: $k - (n+5) = 2$ și $k + (n+5) = 2 \Rightarrow 2k = 4 \Rightarrow k = 2$ <i>pt. $k = 2 \Rightarrow 2 - (n+5) = 2$ obținem $n = -5 \notin \mathbb{N}$</i> Caz 3: $k - (n+5) = -1$ și $k + (n+5) = -4 \Rightarrow 2k = -5 \Rightarrow k = -\frac{5}{2} \notin \mathbb{N}$ Caz 4: $k - (n+5) = -2$ și $k + (n+5) = -2 \Rightarrow 2k = -4 \Rightarrow k = -2$ <i>pt. $k = -2 \Rightarrow -2 - (n+5) = -2$ obținem $n = -5 \notin \mathbb{N}$</i>	2p 1p 1p 1p 1p 1p 1p 1p 1p 1p
2.b)	$ab(a+b) + bc(b+c) + ca(c+a) = a^2b + ab^2 + b^2c + bc^2 + c^2a + ca^2 = 2026$ $((a+b)(b+c)(c+a) = (ab+ac+b^2+bc)(c+a) = abc + a^2b + ac^2 + a^2c + b^2c + ab^2 + bc^2 + abc$	5p

	$= 2abc + a^2b + ac^2 + a^2c + b^2c + ab^2 + bc^2 = 2abc + 2026$ $\sqrt{(2026 + 2abc)(a+b)(b+c)(c+a)} = \sqrt{(2026 + 2abc)(2026 + 2abc)} = 2026 + 2abc $ $a, b, c \in \mathbb{N} \Rightarrow 2026 + 2abc \in \mathbb{N}$	<p>3p</p> <p>2p</p> <p>2p</p> <p>1p</p>
<p>3.</p>	 <p>$SM + TM = \text{minim} \Rightarrow T \in BC, a. \hat{.} S, T, M \text{ coliniare în desfășurare.}$</p> <p>Fie $N = \text{mijl } DC, AC \cap BD = \{O\} \Rightarrow S, N, O \text{ coliniare}$</p> <p>În $\triangle SNC \xrightarrow{T.P.} SN = 12\sqrt{2} \text{ cm}$</p> <p>$OM = ON = \frac{l}{2} = 12 \text{ cm}$</p> <p>$NT \parallel OM \xrightarrow{T.f.a.} \triangle SNT \sim \triangle SOM$</p> <p>$\frac{NT}{12} = \frac{12\sqrt{2}}{12(1+\sqrt{2})} \Rightarrow NT = 24 - 12\sqrt{2} \text{ cm}$</p> <p>$TC = 12 - 24 + 12\sqrt{2} = 12(\sqrt{2} - 1) \text{ cm}$</p>	<p>5p</p> <p>3p</p> <p>3p</p> <p>3p</p> <p>3p</p> <p>3p</p>
<p>4a)</p>	 <p>$DB' \parallel DB, AD' \parallel BC', DB', AD' \subset (AB'D') \Rightarrow \alpha = (AB'D')$</p> <p>$ADD'A' \text{ dreptunghi} \Rightarrow N = \text{mijl } AD, ABB'A' \text{ dreptunghi} \Rightarrow M = \text{mijl } A'B'$</p>	<p>2p</p> <p>2p</p>

	$MN \perp mijl \Rightarrow MN \parallel D'B'$ $m(\sphericalangle(MN, D'C')) = m(\sphericalangle(D'B', D'C')) = \widehat{B'D'C'}$ $\Delta D'C'B' \xrightarrow{T.P.} D'B' = 3\sqrt{5}a$ $\cos(\widehat{B'D'C'}) = \frac{6a}{3\sqrt{5}a} \Rightarrow \frac{4}{5} < 1$	<p>2p</p> <p>2p</p> <p>2p</p> <p>2p</p>
4b)	$\Delta AD'B' : B'N, D'M \text{ mediane} \Rightarrow F = \text{centru de greutate}$ $\text{Fie } AF \cap D'B' = \{O'\} \Rightarrow \frac{AF}{FO'} = \frac{2}{1}$ $\text{Fie } AF \cap D'B' = \{E\}, A'O' \parallel AC \xrightarrow{T.f.a.} \Delta A'O'F \sim \Delta CEA \Rightarrow \frac{AC}{A'O'} = \frac{AE}{EO'} = \frac{2}{1}$ $\text{Dar } \frac{AF}{FO'} = \frac{AE}{EO'} \Rightarrow E = F \Rightarrow A', F, C \text{ coliniare} \Rightarrow A'F + FC = A'C$ $A'C = \sqrt{L^2 + l^2 + h^2} = 7a$	<p>2p</p> <p>3p</p> <p>3p</p> <p>3p</p> <p>2p</p>