

Olimpiada Națională de Matematică
Etapa locală, Galați - 7 februarie 2026
Clasa a VI-a

Problema 1

a) Se consideră numerele :

$$a = \frac{3}{1 \cdot 4} + \frac{3}{4 \cdot 7} + \frac{3}{7 \cdot 10} + \dots + \frac{3}{100 \cdot 103} \quad \text{și} \quad b = \frac{1}{2 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 12} + \frac{1}{12 \cdot 17} + \dots + \frac{1}{102 \cdot 107}.$$

Determinați valoarea raportului $\frac{103a+214b}{103a-214b}$.

b) Fie numerele a, b, c, d, e, f astfel încât $\frac{2026}{a+2} + \frac{2026}{b+3} + \frac{2026}{c+4} + \frac{2026}{d+5} + \frac{2026}{e+6} + \frac{2026}{f+7} = 2025$.

Calculați $S = \frac{a+1}{a+2} + \frac{b+2}{b+3} + \frac{c+3}{c+4} + \frac{d+4}{d+5} + \frac{e+5}{e+6} + \frac{f+6}{f+7}$.

Supliment Gazeta Matematică 9/2025 (enunț modificat)

Problema 2

Dacă împărțim un număr natural n , pe rând, la 25, 45 și respectiv 81, suma resturilor obținute este egală cu 148. Arătați că numărul $n + 2026$ se divide cu 2025.

Problema 3

a) Determinați numerele naturale a și b pentru care au loc relațiile : $5 < a < b < 90$, iar numerele $(a; b)$ și $[a; b]$ sunt invers proporționale cu numerele 0,2 și 0,0(1).
Notațiile $(a; b)$ și $[a; b]$ reprezintă cel mai mare divizor comun, respectiv cel mai mic multiplu comun al numerelor a și b .

b) Se știe că numerele \overline{abc} și \overline{cba} , scrise în baza 10, sunt divizibile cu 7. Arătați că numărul $n = 4a + b + 4c$ este divizibil cu 7.

Problema 4

Se consideră un unghi ascuțit $\sphericalangle AOB$ și două semidrepte OC respectiv OD astfel încât $OC \perp OA$ și $OB \perp OD$ iar interioarele unghiurilor $\sphericalangle AOC$ și $\sphericalangle BOD$ să fie disjuncte. Se construiesc OM bisectoarea unghiului $\sphericalangle AOB$, ON bisectoarea unghiului $\sphericalangle COD$ și OP bisectoarea unghiului $\sphericalangle BOC$.

a) Demonstrați că punctele M, O, N sunt coliniare;

b) Determinați măsura unghiului $\sphericalangle PON$.

Notă: Timp de lucru: 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă este notată de la 0 la 21 puncte.

Se acordă 16 puncte din oficiu.