

Olimpiada Națională de Matematică
Etapă locală, Galați - 7 februarie 2026
Clasa a V -a

Barem de notare și evaluare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

Nr. problemei	Soluție, rezolvare	Punctaj
1.	a) Completăm șirul cu numerele naturale 7,8,9,10,17,18,19,20,..., 2027,2028,2029,2030	2p
	De la 1 la 2030 sunt 2030 de numere naturale	2p
	$2030:10 = 203$ grupe de 10 numere din care 6 sunt din șir și 4 sunt adăugate	2p
	$203 \cdot 6 = 1218$ termeni în șir	2p
	b) $1+2+3+4+5+6+11+12+13+14+15+16+\dots+2021+2022+2023+2024+2025+2026 =$	2p
	$= (1+2+3+4+5+6) + (11+12+13+14+15+16) + \dots + (2021+2022+2023+2024+2025+2026) =$	
	$= 21 + (1+10+2+10+3+10+4+10+5+10+6+10) + \dots$	2p
	$+ (1+2020+2+2020+3+2020+4+2020+5+2020+6+2020) =$	
2.	$= 21 + (21+60) + (21+120) + \dots + (21 + 2020) = 21 + (21+1 \cdot 60) + (21 + 2 \cdot 60) + \dots + (21 + 202 \cdot 60)$	2p
	$= 21 \cdot 203 + 60 \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + 202) =$	2p
	$= 21 \cdot 203 + 60 \cdot \frac{202 \cdot 203}{2} =$	2p
	$= 203 \cdot (21 + 60 \cdot 101) = 1234443$	3p
	Notăm cu x diferența de vârstă dintre mama și băiat, I – vârsta lui Ionel și M- vârsta mamei. $a \neq 0$	1p
	$M = I + x \Rightarrow \overline{a2} = \overline{2a} + x \Rightarrow 10a + 2 = 20 + a + x \quad (1)$	3p
	$\overline{2b}$ și $M = 2 \cdot \overline{2b} \Rightarrow M - I = x \Rightarrow x = \overline{2b} \Rightarrow x = 20 + b \quad (2)$	3p
	Din (1) și (2) $\Rightarrow b = 9a - 38$	5p
	Observăm că $a \geq 5$	3p
	Pentru $a = 5 \Rightarrow b = 7 \Rightarrow I = 25$ ani $\Rightarrow M = 52$ ani	3p
	Pentru $a = 6 \Rightarrow b = 54 - 38 \Rightarrow b = 16$ (nu ne convine, b este cifră)	3p

3.	<p>a) Ultima cifră a unui pătrat perfect poate fi 0,1,4,5,6 sau 9.</p> <p>Dacă $n = 0$, atunci $N = 1 + 7 = 8$ nu este pătrat perfect.</p> <p>Fie $n \geq 1$</p> <p>Dacă n este par ($n = 2k$, k număr natural nenul), atunci $u(9^{2k}) = 1$ și $u(7^{4k+1}) = 7$, deci $u(N) = 8$.</p> <p>Dacă n este impar ($n = 2k + 1$, k număr natural), atunci $u(9^{2k+1}) = 9$ și $u(7^{4k+3}) = 3$, deci $u(N) = 2$.</p> <p>În concluzie, N nu pot fi pătrat perfect, pentru orice valoare a numărului natural n.</p> <p>b) $4^{615} = (2^3)^{410} < (3^2)^{410} = 3^{820}$</p> <p>$5^{804} = (5^2)^{402} < (3^3)^{402} = 3^{1206}$</p> <p>Prin înmulțire, se obține $b = 4^{615} \cdot 5^{804} < 3^{2026} = a$.</p>	<p>2p</p> <p>1p</p> <p>3p</p> <p>3p</p> <p>1p</p> <p>4p</p> <p>4p</p> <p>3p</p>
4	<p>a) $2651 = 16 \cdot (a^2 + a) + (a^2 + a - 1)$ ($a^2 + a - 1 = \text{restul maxim}$)</p> <p>$2652 = 17 \cdot (a^2 + a) \Rightarrow a^2 + a = 156$</p> <p>$a \cdot (a + 1) = 12 \cdot 13$, de unde $a = 12$.</p> <p>b) $S = (41 \cdot 0 + 4) + (41 \cdot 1 + 4) + (41 \cdot 11 + 4) + \dots + \left(41 \cdot \underbrace{111\dots 1}_{2026 \text{ cifre}} + 4 \right)$</p> <p>$S = 41 \cdot \left(0 + 1 + 11 + \dots + \underbrace{111\dots 1}_{2026 \text{ cifre}} \right) + 4 \cdot 2027$</p> <p>$S = 41 \cdot \left(0 + 1 + 11 + \dots + \underbrace{111\dots 1}_{2026 \text{ cifre}} \right) + (41 \cdot 197 + 31)$</p> <p>$S = 41 \cdot \left[\left(0 + 1 + 11 + \dots + \underbrace{111\dots 1}_{2026 \text{ cifre}} \right) + 197 \right] + 31$</p> <p>$\Rightarrow$ restul împărțirii lui S la 41 este 31.</p>	<p>4p</p> <p>4p</p> <p>4p</p> <p>3p</p> <p>2p</p> <p>2p</p> <p>2p</p>