

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
Faza locală
Braşov, 6 februarie 2026

Clasa a V-a

1. Se consideră numerele naturale $a = 2^{2027}$, $b = 3^{2026}$ şi $c = 4^{2025}$.
- (a) Ordonăţi descrescător numerele a , b şi c .
- (b) Arătaţi că $a + 2b + 3c$ nu este pătratul niciunui număr natural.

Ramona Drăgan

2. Câtul împărţirii numărului 2024 la \overline{ab} este \overline{abb} . Aflaţi restul acestei împărţiri.

Gazeta Matematică

3. Ana depune cei 480 de lei pe care i-a primit cadou în 3 conturi la bancă. Apoi extrage din primul cont suma depusă în al doilea şi o depune în al doilea cont. După aceea, extrage din al doilea cont suma depusă în al treilea cont şi o adaugă în al treilea cont. În final, extrage din al treilea cont suma aflată în primul cont şi o adaugă în primul cont. Câţi lei erau la început în fiecare cont ştiind că după modificările făcute conturile Anei conţin aceeaşi sumă de bani?

Adriana Caţaron

4. Pe o tablă sunt scrise 2026 numere naturale. Alegem la întâmplare două numere dintre cele aflate pe tablă, le ştergem şi adăugăm pe tablă suma sau diferenţa dintre aceste două numere. Repetăm procedeul până când pe tablă rămâne un singur număr. Demonstraţi că, dacă ultimul număr rămas pe tablă este impar, atunci printre cele 2026 numere aflate iniţial pe tablă cel puţin un număr este par.

Romeo Ilie

Notă. Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect valorează 9 puncte. Se acordă 10 puncte din oficiu.

Timp de lucru 3 ore.

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

Faza locală

Braşov, 6 februarie 2026

Clasa a VI-a

1. Fie A mulţimea formată din toate numerele naturale de trei cifre care conţin cifra 5 şi B mulţimea formată din toate numerele naturale impare de trei cifre. Determinaţi numărul de elemente ale mulţimilor A , B , $A \cap B$ şi $A \cup B$.

Marinela Canu

2. Fie a, b, c, d, e, f astfel încât

$$\frac{2024}{a+2} + \frac{2024}{b+3} + \frac{2024}{c+4} + \frac{2024}{d+5} + \frac{2024}{e+6} + \frac{2024}{f+7} = 2023.$$

Calculaţi suma

$$\frac{a+1}{a+2} + \frac{b+2}{b+3} + \frac{c+3}{c+4} + \frac{d+4}{d+5} + \frac{e+5}{e+6} + \frac{f+6}{f+7}.$$

Gazeta Matematică, Supliment cu Exerciţii

3. Fie unghiurile adiacente suplementare \widehat{AOB} şi \widehat{BOC} , $[OD]$ bisectoarea \widehat{BOC} şi $[OE]$ semidreapta opusă semidreptei $[OB]$. Paralela prin E la dreapta AC intersectează perpendiculara în O pe AC în F şi perpendiculara în O pe BE în G . Unghiul \widehat{OEF} are măsura de 50° .
- (a) Calculaţi măsura unghiului \widehat{DOC} .
- (b) Demonstraţi că $\widehat{AOG} \equiv \widehat{EOF}$.
- (c) Arătaţi că bisectoarele unghiurilor \widehat{BOC} şi \widehat{GOF} sunt semidrepte opuse.

4. Punctele A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 sunt situate, în această ordine, pe un cerc de centru O , astfel încât măsurile arcelor $\widehat{A_1A_2}, \widehat{A_2A_3}, \widehat{A_3A_4}$ sunt direct proporţionale cu 15, 6, respectiv 9 şi măsurile arcelor $\widehat{A_3A_4}, \widehat{A_4A_5}, \widehat{A_5A_1}$ invers proporţionale cu $\frac{1}{3}$; 0,25, respectiv 0,1(6). Punctul M este mijlocul arcului $\widehat{A_4A_5}$, iar punctul N este diametral opus punctului A_3 .
- (a) Determinaţi măsurile arcelor $\widehat{A_1A_2}, \widehat{A_2A_3}, \widehat{A_3A_4}, \widehat{A_4A_5}$ şi $\widehat{A_5A_1}$.
- (b) Demonstraţi că OM este mediatoarea segmentului A_3N .
- (c) Arătaţi că $[ON]$ este bisectoarea $\widehat{A_1OA_5}$.

Mihaela Sîntea

Notă. Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect valorează 9 puncte. Se acordă 10 puncte din oficiu.

Timp de lucru 3 ore.

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

Faza locală

Braşov, 6 februarie 2026

Clasa a VII-a

1. (a) Determinaţi numărul termenilor de sub radical pentru care relaţia de mai jos este adevărată:

$$\sqrt{2026^2 + 2026^2 + \dots + 2026^2} = \underbrace{2026^2 + 2026^2 + \dots + 2026^2}_{2026 \text{ termeni}}.$$

- (b) Demonstraţi că:

$$\frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{5}{\sqrt{6}} + \frac{7}{\sqrt{12}} + \frac{9}{\sqrt{20}} + \frac{11}{\sqrt{30}} + \frac{13}{\sqrt{42}} + \frac{15}{\sqrt{56}} + \frac{17}{\sqrt{72}} > 2^4.$$

Doina Păun

2. Fie a, b, c numere reale, nenule. Demonstraţi că dacă $a \cdot b - 1 = b \cdot c = a \cdot c + 1 \in \mathbb{N}$, atunci $a \cdot b \cdot c \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.

Romeo Ilie

3. În patrulaterul convex $ABCD$, $\widehat{DAC} = 60^\circ$, punctul E este mijlocul segmentului AB , punctul O este mijlocul segmentului AC , iar punctele M şi N aparţin segmentului AC , astfel încât $AM = NC = \frac{AC}{4}$. Presupunem $\triangle EMN \equiv \triangle NCB$ şi $DM \perp AC$.

- (a) Arătaţi că $ABCD$ este dreptunghi.
(b) Fie $BO \cap EN = \{P\}$. Calculaţi raportul dintre aria triunghiului OPN şi aria patrulaterului $ABCD$.

Lucica Ghişu

4. Fie triunghiul ascuţitunghic ABC şi $AD \perp BC$, $D \in BC$. În exteriorul triunghiului ABC construim pătratul $BCEF$. Ştiind că (AE este bisectoarea unghiului DAC , calculaţi:

- (a) măsura unghiului BAE ,
(b) dacă $AD \equiv DC$ şi $AD \cap BE = \{M\}$, determinaţi natura patrulaterului $ACEM$.

Gazeta Matematică, enunţ modificat

Notă. Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect valorează 9 puncte. Se acordă 10 puncte din oficiu.

Timp de lucru 3 ore.

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

Faza locală

Braşov, 6 februarie 2026

Clasa a VIII-a

1. Determinaţi perechile de numere întregi (a, b) pentru care

$$25a^2 + 4b^2 + 64 < 10(7a - 2b).$$

Florin Cârstea

2. Determinaţi numerele naturale n pentru care primele două zecimale ale numărului $\sqrt{n^2 + 2n + 2}$ sunt zerouri.

Gazeta Matematică, Supliment cu Exerciţii

3. $ABCD A' B' C' D'$ este un cub. Punctul E este simetricul lui B faţă de C , iar punctul F este simetricul lui B' faţă de C' . Punctul $M \in A'D$ astfel încât $A'M = 2MD$.

(a) Aflaţi $\sin \widehat{DE, BF}$.

(b) Demonstraţi că $(AD'F) \perp (BB'D)$.

(c) Stabiliţi poziţia dreptei CM faţă de planul $(BD'F)$, justificând răspunsul.

Dorina Rapcea

4. Fie $VABCD$ o piramidă patrulateră regulată. Demonstraţi că proiecţia punctului A pe planul (VBC) se află pe cercul circumscris triunghiului VBC dacă şi numai dacă feţele laterale ale piramidei sunt triunghiuri echilaterale.

Romeo Ilie

Notă. Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect valorează 9 puncte. Se acordă 10 puncte din oficiu.

Timp de lucru 3 ore.