

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ, 5 FEBRUARIE 2026
CLASA A VII-A, SOLUȚII ȘI BAREME ORIENTATIVE

- Se acordă 16 p din oficiu.
- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

1. (21p) Se consideră numerele $a = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{15}} + \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{35}} + \frac{\sqrt{9}-\sqrt{7}}{\sqrt{63}}$ și

$$b = \left(\left| 3^{51} - 2^{85} \right| + 3^{2011} : 81^{490} \right) : (-4^{41}) + \sqrt{1296} + \sqrt{(8-5\sqrt{3})^2} - \sqrt{75} + \sqrt{2^8}.$$

Compară numerele a și b .

Gazeta Matematică

Soluție:

$$a = \frac{2}{3} \dots\dots\dots 8p$$

$$b = 36 \dots\dots\dots 10p$$

$$a < b \dots\dots\dots 3p$$

2. (21p) Fie numărul $a = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{18}} - \frac{1}{\sqrt{50}}} \cdot \left(\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{27} + \sqrt{12}} \right)^{-1}$. Determină cea mai mică valoare a

numărului natural nenul b , astfel încât $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}$ să fie un număr rațional mai mare decât 3.

Manual Matematică, clasa a VII-a

Soluție:

$$a = \frac{75}{2} \dots\dots\dots 8p$$

$$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{6b}}{15} \in \mathbb{Q} \Rightarrow b = 6k^2, k \in \mathbb{N}^* \dots\dots\dots 10p$$

$$\frac{6k}{15} > 3 \Leftrightarrow k > 7\frac{1}{2} \Rightarrow k = 8, \text{ deci } b = 384 \dots\dots\dots 3p$$

3. (21p) Fie dreptunghiul $ABCD$, cu $AB > BC$. Bisectoarea unghiului ABC intersectează dreapta AD în P . Semidreapta DT este bisectoarea unghiului PDC , $T \in (BP)$. Arată că triunghiul ATC este isoscel.

Daniela și Nicolae Stănică, Brăila

Soluție:

$$AP = AB = DC \text{ (triunghiul } BAP \text{ isoscel și } ABCD \text{ dreptunghi)} \dots\dots\dots 5p$$

$$PT = DT \text{ (} DT \text{ bisectoare și mediană în triunghiul isoscel } PDQ, \{Q\} = BP \cap DC \text{)} \dots\dots\dots 6p$$

$$\sphericalangle APT = \sphericalangle CDT = 45^\circ \dots\dots\dots 5p$$

$$\text{Obținem } \triangle DTC \equiv \triangle PTA (L.U.L.) \Rightarrow AT = TC \dots\dots\dots 5p$$

4. (21p) În paralelogramul $ABCD$ se consideră $AC \cap BD = \{O\}$. Dacă punctul M este mijlocul segmentului $[DO]$ și $CM \cap AB = \{T\}$, atunci demonstrează că $AT = 2 \cdot AB$.

Daniela și Nicolae Stănică, Brăila

Soluție:

$$\text{Se consideră } S \in (TM) \text{ astfel încât } CM = MS \dots\dots\dots 6p$$

$$SOCD \text{ paralelogram} \Rightarrow OS = CD = AB \text{ și } OS \parallel CD \parallel AT \dots\dots\dots 10p$$

În triunghiul ACT avem $CO = OA$ și $OS \parallel AT \Rightarrow [OS]$ linie mijlocie în triunghiul ACT , deci

$$AB = CD = OS = \frac{AT}{2} \Leftrightarrow AT = 2 \cdot AB \dots\dots\dots 5p$$