

**OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ**  
**ETAPA LOCALĂ, 5 FEBRUARIE 2026**  
**CLASA A V-A, SOLUȚII ȘI BAREME ORIENTATIVE**

- Se acordă 16 p din oficiu.
- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

1. (21p) Determină numărul natural  $\overline{ab}$  știind că  $\overline{ab21} + \overline{7ab} - \overline{2ab5} = 809$ .

*Manual Matematică, clasa a V-a*

**Soluție:**

$$\overline{ab21} + \overline{7ab} - \overline{2ab5} = 100\overline{ab} + 21 + 700 + \overline{ab} - 2005 - 10\overline{ab} \dots\dots\dots 14p$$

$$91\overline{ab} = 2093 \Leftrightarrow \overline{ab} = 23 \dots\dots\dots 7p$$

2. (21p) Determină restul împărțirii numărului:

$$A = (2 + 5 + 8 + \dots + 2018) \cdot (2025^{2024} + 2026^{2025} + 2027^{2026}) \text{ la } 100.$$

*Mihaela Baltă, Brăila*

**Soluție:**

$$2 + 5 + 8 + \dots + 2018 = (3 \cdot 1 - 1) + (3 \cdot 2 - 1) + (3 \cdot 3 - 1) + \dots + (3 \cdot 673 - 1) = 679730 \dots\dots\dots 10p$$

$$U(2025^{2024}) = 5, U(2026^{2025}) = 6, U(2027^{2026}) = 9 \dots\dots\dots 9p$$

În concluzie, ultimele două cifre ale lui A sunt 00, deci restul cerut este 0.....2p

3. (21p) Arată că nu există numere naturale  $\overline{abc}$  care să verifice  $\overline{ab} \cdot b + \overline{bc} \cdot c = \overline{abc}$ .

*Andrei Plugariu, Iași, Nicolae Stănică, Brăila*

**Soluție:**

$$U(b^2 + c^2) = c \text{ și } b \neq 0 \Rightarrow c \in \{2, 3, 4, 7, 8, 9\} \dots\dots\dots 9p$$

1.  $c = 2 \Rightarrow U(b^2 + 4) = 2 \Rightarrow U(b^2) = 8$ , care nu convine.....2p
2.  $c = 3 \Rightarrow U(b^2 + 9) = 3 \Rightarrow U(b^2) = 4 \Rightarrow b \in \{2, 8\}$  .....2p
  - i)  $b = 2 \Rightarrow 80a = 50$  (fals)
  - ii)  $b = 8 \Rightarrow 20a = 230$  (fals)
3.  $c = 4 \Rightarrow U(b^2 + 16) = 4 \Rightarrow U(b^2) = 8$ , care nu convine.....2p
4.  $c = 7 \Rightarrow U(b^2 + 49) = 7 \Rightarrow U(b^2) = 8$ , care nu convine.....2p
5.  $c = 8 \Rightarrow U(b^2 + 64) = 8 \Rightarrow U(b^2) = 4 \Rightarrow b \in \{2, 8\}$  .....2p
  - i)  $b = 2 \Rightarrow 80a = 200$  (fals)
  - ii)  $b = 8 \Rightarrow a = 34$  (fals)
6.  $c = 9 \Rightarrow U(b^2 + 81) = 9 \Rightarrow U(b^2) = 8$ , care nu convine.....2p

**4. (21p)** Un număr natural  $A$  dă prin împărțire la 7 restul 4, iar prin împărțire la 9 restul 5. Determină ce rest se obține prin împărțirea numărului  $A$  la 63.

*Gazeta Matematică*

**Soluție:**

$$\begin{aligned}
 A &= 7x + 4 = 9y + 5 \dots\dots\dots 5p \\
 9A &= 63x + 36, 7A = 63y + 35 \Rightarrow 2A = 63(x - y) + 1 \dots\dots\dots 6p \\
 2A &= \text{par}, 1 = \text{impar} \Rightarrow 63(x - y) = \text{impar} \Rightarrow x - y = 2k + 1, k \in \mathbb{N} \dots\dots\dots 5p \\
 2A &= 63(2k + 1) + 1 = 126k + 64 \Rightarrow A = 63k + 32 \Rightarrow \text{restul cerut este } 32 \dots\dots\dots 5p
 \end{aligned}$$