

7**Olimpiada Națională de Matematică**
Etape locală, 7 februarie 2026**Clasa a VII-a****AG**
2026**Subiectul I**Fie $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$, astfel încât

$$\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n-2} + \sqrt{n-1}} = 44$$

a) Determinați numărul n **15 puncte**b) Pentru câte numere naturale x este verificată relația $[\sqrt{n-x}] = 10$? (se notează cu $[a]$ partea întreagă a unui număr real a)**10 puncte****Subiectul II**Fie dreptunghiul $ABCD$, cu $AB = 2BC$, și M un punct în interiorul său, astfel încât triunghiul AMD să fie echilateral. Construim triunghiul echilateral DCN cu $Int(\triangle AMD) \cap Int(\triangle DCN) \neq \emptyset$. Arătați că:a) $BN = MC$ **15 puncte**b) $\frac{\mathcal{A}_{MPNO}}{\mathcal{A}_{BCN}} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$, unde $\{P\} = DM \cap CN$, iar $\{O\} = AM \cap DN$ **10 puncte****Subiectul III**Fie n un număr natural nenul și $N = \sqrt{2n(8n+1)}$ a) Demonstrați că N este irațional pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$ **15 puncte**b) Calculați primele două zecimale ale lui N **5 puncte****Subiectul IV**Fie O intersecția diagonalelor paralelogramului $ABCD$, iar M și N proiecțiile lui O pe AB , respectiv AD . Dacă $MN \equiv OC$ și $CM \equiv CN$, demonstrați că $ABCD$ este pătrat.**20 puncte****Varianta 3****Notă:****Se acordă 10p din oficiu****Timp de lucru: 3 ore****Fiecare subiect se redactează pe foaie separată.**