

7

Olimpiada Națională de Matematică  
Etapă locală, 7 februarie 2026

Clasa a VII-a

AG  
2026

**BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE**

**Subiectul I – soluție orientativă**

a) Raționalizarea numitorilor

5 p

$$\sqrt{2} - \sqrt{1} + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \dots + \sqrt{n-1} - \sqrt{n-2} = 44 \Rightarrow \sqrt{n-1} - 1 = 44$$

5 p

$$\sqrt{n-1} = 45 \Rightarrow n-1 = 2025 \Rightarrow n = 2026$$

5 p

b)  $\lfloor \sqrt{2026-x} \rfloor = 10 \Leftrightarrow 10 \leq \sqrt{2026-x} < 11 \Leftrightarrow 100 \leq 2026-x < 121$

5 p

$1905 < x \leq 1926$ , inegalitate verificată de 21 de numere naturale

5 p

**Subiectul II – soluție orientativă**

a)  $\sphericalangle CDM = \sphericalangle NCB = 30^\circ$

5 p

$DM = DA = CB, DC = CN$

5 p

$\triangle DCM \equiv \triangle CNB$  (L.U.L.)  $\Rightarrow CM \equiv NB$

5 p

b)  $BC = x \Rightarrow DC = 2x$

$\sphericalangle ADN = \sphericalangle NDP = \sphericalangle PDC = 30^\circ$

$DO$  bisectoare în  $\triangle ADM$  echilateral  $\Rightarrow DO \perp AM$  și  $O$  mijlocul lui  $AM$

Analog,  $DP \perp CN$ ,  $P$  mijlocul lui  $CN$

$$\mathcal{A}_{DOM} = \frac{1}{2} \cdot \mathcal{A}_{ADM} = \frac{1}{2} \cdot \frac{x^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{x^2 \sqrt{3}}{8}; \quad \mathcal{A}_{DNP} = \frac{1}{2} \cdot \mathcal{A}_{DCN} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(2x)^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{x^2 \sqrt{3}}{2}$$

5 p

$$\mathcal{A}_{MONP} = \mathcal{A}_{DNP} - \mathcal{A}_{DOM} = \frac{3x^2 \sqrt{3}}{8}$$

$$\mathcal{A}_{BCN} = \frac{BC \cdot d(N, BC)}{2} = \frac{x^2}{2}$$

$$\frac{\mathcal{A}_{MPNO}}{\mathcal{A}_{BCN}} = \frac{3x^2 \sqrt{3}}{8} \cdot \frac{2}{x^2} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$$

5 p

**Subiectul III – soluție orientativă**

a)  $2n(8n+1) = 16n^2 + 2n > 16n^2 = (4n)^2$ , pentru orice  $n \in \mathbb{N}^*$

5 p

$(4n + 1)^2 = 16n^2 + 8n + 1 > 16n^2 + 2n$ , pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$	5 p
$2n(8n + 1)$ nu e pătrat perfect pentru niciun număr natural nenul $n$ , deci $N$ este irațional	5 p
b) Se demonstrează că $(4n + 0,24)^2 < 16n^2 + 2n < (4n + 0,25)^2$ pentru orice $n$ natural nenul $4n + 0,24 < N < 4n + 0,25$ , deci primele două zecimale ale lui $N$ sunt 2 și 4, pentru orice număr natural nenul $n$	5 p

#### Subiectul IV – soluție orientativă

$$MN = OC = OA$$

Fie  $P$  mijlocul lui  $OA$ . Din teorema medianei în  $\triangle OMA$ :  $MP = \frac{OA}{2} \Rightarrow$

$$MP = \frac{MN}{2}$$

Analog  $NP = \frac{MN}{2}$ . Deci  $MP = NP$  și  $MP + PN = MN$ , deci  $M, P, N$  coliniare, de unde  $P$  e mijlocul lui  $MN$

$\Rightarrow AMON$  paralelogram și cum  $\sphericalangle M = 90^\circ \Rightarrow AMON$  este dreptunghi  $\Rightarrow \sphericalangle A = 90^\circ$ , deci  $ABCD$  e dreptunghi

$\Rightarrow OM \parallel AD$  și cum  $O$  e mijlocul lui  $BD \Rightarrow M$  e mijlocul lui  $AB$   
Analog,  $N$  e mijlocul lui  $AD$ , deci  $MN$  e linie mijlocie în  $\triangle ABD \Rightarrow MN \parallel BD$

$\triangle CMN$  isoscel cu baza  $MN$ , iar  $CP$  e mediană în  $\triangle CMN \Rightarrow CP \perp MN \Rightarrow AC \perp BD$ , deci  $ABCD$  e pătrat

**Notă: Orice altă soluție corectă se punctează corespunzător**