

11**Olimpiada Națională de Matematică
Etapă locală, 7 februarie 2026****Clasa a XI-a****AG
2026****Subiectul I**Fie $A = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \in M_2(R)$.

- a) Să se determine numerele reale α_1, α_2 astfel încât $\det(A - \alpha I_2) = 0$,
precum și matricele $B, C \in M_2(R)$ astfel încât
formula matricei $A^n = \alpha_1^n B + \alpha_2^n C$, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.
- b) Arătați că urma matricei A^n este $1 + 2^n$, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.

15puncte**10puncte****Subiectul II**

- 1) Se consideră șirul numerelor naturale $(a_n)_{n \geq 1}$ care nu sunt divizibile cu 4 și anume:
1;2;3;5;6;7;9;10;11;13;14;
- a) Să se determine formula termenului general.

10 puncte

- b) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{n}$.

10 puncte

- c) Calculați $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_1 + a_4 + a_7 + \dots + a_{3n+1}}{n^2}$.

5 puncte**Subiectul III**

- a) Rezolvați ecuația $Y^2 = O_2$, unde $Y \in M_2(R)$.
- b) Determinați matricele $A \in M_2(R)$ pentru care
 $4A^2 - 4A + I_2 = O_2$.

15 puncte**5 puncte****Subiectul IV**Se consideră șirul definit prin $L_0 = 2$, $L_1 = 1$ și $L_{n+2} = L_{n+1} + L_n$, $n \in \mathbb{N}$.

- a) Să se determine numerele reale a, b, r_1, r_2 astfel încât $L_n = ar_1^n + br_2^n$, $n \in \mathbb{N}$, iar
 r_1 și r_2 sunt soluțiile ecuației caracteristice $r^2 = r + 1$,
precum și formula termenului general L_n .

10 puncte

- b) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{\frac{L_{n+2}}{L_n}}$.

10puncte**Notă:****Timp de lucru: 3 ore****Fiecare subiect se redactează pe foaie separată.****Varianta 3**