

**OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ  
ETAPA LOCALĂ -09 februarie 2025  
Clasa a VII-a**

**PROBLEMA 1**

a) Fie  $a = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \dots + \frac{\sqrt{2025}-\sqrt{2024}}{\sqrt{4098600}}$ .

Determinați cel mai mic număr natural nenul  $n$  pentru care  $\sqrt{n \cdot a}$  este număr natural.

b) Determinați valorile întregi ale lui  $x$  pentru care

$$N = \frac{\sqrt{(1-\sqrt{3})^2} + \sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{5})^2} + \sqrt{(1-\sqrt{2})^2} + \sqrt{14-6\sqrt{5}} + \sqrt{6-4\sqrt{2}}}{x-7}$$
 este număr întreg.

**PROBLEMA 2**

a) Să se afle  $x$  știind că este îndeplinită condiția:

$$\frac{x+1}{2025} = \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \dots + \frac{1}{1+2+3+\dots+2024}.$$

b) Arătați că numărul  $\sqrt{a}$  este rațional, unde  $a = \left(2024 + \frac{1013}{\sqrt{1+3+5+\dots+2025}}\right)^{2025} : 2025$ .

**PROBLEMA 3**

Fie  $ABC$  un triunghi echilateral,  $D \in BC$  astfel încât  $(DC) \equiv (BC)$  și  $E \in AC$  astfel încât

$(AE) \equiv (AC)$ . Dacă  $DE \cap AB = \{F\}$ , arătați că  $AB = 3 AF$ .

**PROBLEMA 4**

Fie  $M$  și  $N$  puncte pe diagonala  $AC$  a paralelogramului  $ABCD$ , de o parte și de alta a dreptei  $BD$ , astfel încât  $OM = ON$ ,  $O$  fiind intersecția diagonalelor, iar punctul  $M$  este situat între punctele  $A$  și  $O$ . Dreptele  $BM$ ,  $DM$ ,  $BN$  și  $DN$  intersectează laturile  $AD$ ,  $AB$ ,  $DC$ , respectiv  $BC$ , în punctele  $F$ ,  $E$ ,  $G$ , respectiv  $H$ . Demonstrați că patrulaterul  $EFGH$  este paralelogram.

**Notă: Timp de lucru – 3 ore.**

**Fiecare subiect este notat cu 7 puncte.**

**Nu se acordă puncte din oficiu.**

**Toate subiectele sunt obligatorii.**