



**Olimpiada Națională de Matematică**  
**Etapă Locală, Satu Mare, 8 februarie 2025**  
**CLASA a VI-a**

**Problema 1.**

Se consideră mulțimile  $A_1=\{1\}$ ,  $A_2=\{2, 3\}$ ,  $A_3=\{4, 5, 6\}$ , etc.

- a) Determinați elementul din mijloc al mulțimii  $A_{41}$ .
- b) Care este numărul minim de elemente ce trebuie șterse din mulțimea  $A_{41}$ , pentru ca suma elementelor rămase să fie un pătrat perfect? Justificați răspunsul.

**Problema 2.**

- a) Fie  $x, y, z$  numere raționale pozitive, astfel încât  $\frac{x}{2} = \frac{y}{4}$  și  $\frac{y}{6} = \frac{z}{9}$ . Arătați că numărul divizorilor produsului  $2025 \cdot x \cdot y \cdot z$  este pătrat perfect știind că  $x + y + z = 24$ .
- b) Fie  $a$  și  $b$  două numere naturale nenule,  $a < b$ , astfel încât  $[a, b] = 135$  și  $a \cdot b = 2025$ . Determinați numerele prime  $m$  și  $n$  care satisfac relația  $a \cdot m + b \cdot n = 1725$ .

**Problema 3.**

Pe cercul  $C(O, r)$  se consideră punctele distincte  $A_1, A_2, \dots, A_{25}$  în această ordine, pe arcu mare  $\widehat{A_1 A_{25}}$ . Dacă  $\widehat{A_n A_{n+1}} = \widehat{A_{n-1} A_n} + 1^\circ$ , unde  $n \in \mathbb{N}$ ,  $1 < n < 25$  și măsura arcu mare  $\widehat{A_1 A_{25}} = 324^\circ$

- a) Calculați măsura unghiului  $\sphericalangle A_1 O A_6$
- b) Aflați măsura arcu mic  $\widehat{A_{24} A_3}$

**Problema 4.**

Fie unghiurile  $\sphericalangle A_1 O A_2, \sphericalangle A_2 O A_3, \sphericalangle A_3 O A_4, \dots, \sphericalangle A_8 O A_9$  care au interioarele disjuncte iar,  $\sphericalangle A_1 O A_9$  este alungit. Dacă  $\sphericalangle A_1 O A_2 = p_1^\circ, \sphericalangle A_2 O A_3 = p_2^\circ, \dots, \sphericalangle A_8 O A_9 = p_8^\circ$ , unde  $p_1, p_2, \dots, p_8$  sunt numere prime distincte de două cifre și  $p_1 > p_8 > p_7 > p_2 > p_3 > p_6 > p_5 > p_4$ , atunci arătați că:

- a)  $OA_5 \perp OA_1$ .
- b)  $(OA_5$  este bisectoarea unghiului  $\sphericalangle A_3 O A_7$ .
- c)  $\sphericalangle A_1 O A_3 = \sphericalangle A_3 O A_7 = \sphericalangle A_7 O A_9$

*Supliment G.M. nr.11/2024*

Notă:

- Timp de lucru, 3 ore.
- Rezolvarea fiecărei problem este obligatorie .
- Pentru fiecare problemă rezolvată corect se acordă 7 puncte.

**SUCCES!**