



**Olimpiada Națională de Matematică**  
**Etapă Locală, Satu Mare, 8 februarie 2025**  
**CLASA a VI-a**

**Problema 1.**

Es seien die Mengen  $A_1=\{1\}$ ,  $A_2=\{2, 3\}$ ,  $A_3=\{4, 5, 6\}$ , usw.

a) Bestimmt das Element die in der Mitte der Menge  $A_{41}$  ist.

b) Wie viele Elemente müssen mindestens aus der Menge  $A_{41}$ , gelöscht werden, damit die Summe der übrigen Elemente eine perfekte Quadratzahl ist ?Begründet die Antwort.

**Problema 2.**

a) Es seien  $x, y, z$  positive rationale Zahlen , sodass  $\frac{x}{2} = \frac{y}{4}$  und  $\frac{y}{6} = \frac{z}{9}$ . Zeigt, dass die Anzahl der Teiler des Produkts  $2025 \cdot x \cdot y \cdot z$  perfekt Quadratzahl ist, wenn man weißt, dass  $x + y + z = 24$ .

b) Es seien  $a$  und  $b$  zwei nichtnullen natürlichen Zahlen,  $a < b$ , sodass  $[a, b] = 135$  und  $a \cdot b = 2025$ .

Bestimmt die Primzahlen  $m$  und  $n$  die überprüft die Beziehung  $a \cdot m + b \cdot n = 1725$ .

**Problema 3.**

Auf einem Kreis  $C(O, r)$  werden die verschiedenen Punkte  $A_1, A_2, \dots, A_{25}$  in dieser Reihenfolge auf dem großen Kreisbogen  $\widehat{A_1 A_{25}}$  aufgenommen. Wenn  $\widehat{A_n A_{n+1}} = \widehat{A_{n-1} A_n} + 1^\circ$ , wobei  $n \in \mathbb{N}$ ,  $1 < n < 25$  und maße der große Kreisbogen  $\widehat{A_1 A_{25}} = 324^\circ$  ist.

a) Berechnet das Maß des Winkels  $\angle A_1 O A_6$

b) Findet das maß des kleinen Kreisbogens  $\widehat{A_{24} A_3}$ .

**Problema 4.**

Es seien die Winkel  $\angle A_1 O A_2, \angle A_2 O A_3, \angle A_3 O A_4, \dots, \angle A_8 O A_9$  mit disjunktem Inneren und  $\angle A_1 O A_9$  gestreckter Winkel. Wenn  $\angle A_1 O A_2 = p_1^\circ, \angle A_2 O A_3 = p_2^\circ, \dots, \angle A_8 O A_9 = p_8^\circ$ , wobei  $p_1, p_2, \dots, p_8$  zweistellige verschiedenen Primzahlen sind und  $p_1 > p_8 > p_7 > p_2 > p_3 > p_6 > p_5 > p_4$ , dann zeigt dass:

a)  $OA_5 \perp OA_1$ .

b)  $(OA_5 \text{ Winkelhalbierende des Winkels } \angle A_3 O A_7 \text{ ist.}$

c)  $\angle A_1 O A_3 = \angle A_3 O A_7 = \angle A_7 O A_9$

*Supliment G.M. nr.11/2024*

Notă:

- Timp de lucru, 3 ore.
- Rezolvarea fiecărei probleme este obligatorie .
- Pentru fiecare problemă rezolvată corect se acordă 7 puncte.

**SUCCES!**