



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
Etapa locală , SĂLAJ , 08.02.2025

Clasa a VI-a

Subiectul 1

(7p) Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ număr prim mai mic decât } 15\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 \text{ este cifră}\}$. Arătați că are loc egalitatea:
 $\text{card}(A) + \text{card}(B) = \text{card}(A \cup B) + \text{card}(A \cap B)$, unde $\text{card}(M)$ este numărul elementelor mulțimii M .

Subiectul 2

Fie a, b și c trei numere naturale prime și distincte, astfel ca $4a + 6b + 9c = 105$.

(4p) a) Determinați valorile lui a, b și c .

(3p) b) Dacă n este un număr natural impar, atunci arătați că numărul $2^{n+c} - 2^{n+b} + 2^{n+a}$ se poate scrie ca sumă de două pătrate perfecte.

Subiectul 3

(3p) a) Fie punctele coliniare A, B, C, D pe dreapta d , în această ordine, astfel încât AC și BD să fie congruente, iar $BC=5\text{cm}$ și $AD=17\text{ cm}$. Dacă P este simetricul mijlocului segmentului AB față de A și Q este simetricul mijlocului segmentului CD față de D , aflați lungimea segmentului PQ .

(4p) b) Unghiurile $\angle AOB$ și $\angle BOC$ sunt adiacente suplementare . Fie OX și OY bisectoarele acestora. Dacă $\angle BOY \in \mathbb{N}^*$ și $\angle COX = p \cdot \angle BOY$, unde p este un număr prim, aflați p .

Subiectul 4

(7p) Se dă un cerc cu centrul în punctul O . Punctele C, M, D și N sunt situate pe cerc în această ordine, măsura arcului \widehat{CD} fiind 148° , iar diametrul MN este bisectoarea unghiului $\angle COD$. Aflați măsurile unghiurilor la centru $\angle CON$ și $\angle DOM$.

Timp de lucru: 3 ore.

Fiecare subiect este notat cu 7 puncte.