



**OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ**  
**ETAPA LOCALĂ-31 ianuarie 2025**  
**Clasa a V-a**

**SUBIECTUL 1.**

Comparați numerele  $a = 3^{2025} : 27$  și  $b = 2^{2025} \cdot (2^{505} : 2)^2$ .

**SUBIECTUL 2.**

Determinați numerele naturale de forma  $\overline{abcd}$ , știind că  $\overline{ab}$  împărțit la  $\overline{cd}$  dă restul 31, iar  $\overline{cd}$  împărțit la  $\overline{ab}$  dă restul 2.

**Gazeta Matematică nr.9/2024**

**SUBIECTUL 3.**

Aflați trei numere naturale nenule, știind că au suma egală cu 187 și că, împărțindu-l pe primul la al doilea obținem câtul 2 și restul 3, iar împărțindu-l pe al doilea la al treilea se obține câtul 4 și restul 5.

**SUBIECTUL 4.**

Într-o școală numărul elevilor de clasa a V-a este cuprins între cel mai mic cub perfect de trei cifre și cel mai mic număr par de trei cifre identice. O cincime dintre acești elevi participă la un meci de fotbal, iar a noua parte din elevii claselor a V-a din această școală participă la un meci de baschet. Știind că în școală sunt un număr par de elevi de clasa a V-a să se determine acest număr.

**NOTĂ:** Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect este notat de la 0 la 7 puncte. Timp de lucru 3 ore.



**OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ**  
**ETAPA LOCALĂ - 31 ianuarie 2025**  
**Clasa a VI-a**

**SUBIECTUL 1**

Să se determine numărul natural  $\overline{ab}$ , știind că  $\overline{abab}$  și  $\overline{baba}$  sunt direct proporționale cu 2 și 9.

**SUBIECTUL 2**

Salariul unei persoane a crescut în ultimii doi ani, cu 15% în primul an, iar în anul următor cu 20%. În felul acesta, persoana a primit în plus la salariu 950 de lei. Să se afle salariul inițial.

**SUBIECTUL 3**

Aflați numerele prime  $p, q$  și  $r$  știind că  $p^{10} + 10^{p+1} = p^3 qr$ .

*Gazeta Matematică nr.9/2024*

**SUBIECTUL 4.**

Se consideră punctele coliniare  $A, C$  și  $B$ , în această ordine, astfel încât  $AB = 16 \text{ cm}$  și  $BC = \frac{5}{3} AC$ , iar semidreapta  $[CD$  astfel încât  $0,1(3) \cdot m(\widehat{BCD}) = 0,(6) \cdot m(\widehat{ACD})$ .

Să se calculeze:

- a) lungimile segmentelor  $(AC)$  și  $(CB)$ ;
- b) măsurile unghiurilor  $\widehat{ACD}$  și  $\widehat{BCD}$ ;
- c) măsura unghiului format de bisectoarea unghiului  $\widehat{BCD}$  cu semidreapta  $[CA$ .

**NOTĂ:** Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect este notat de la 0 la 7 puncte. Timp de lucru 3 ore.



**OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ**  
**ETAPA LOCALĂ-31 ianuarie 2025**  
**Clasa a VII-a**

**SUBIECTUL 1.**

Se consideră expresia:  $E = \left(\frac{5+3\sqrt{6}}{6}\right)^{2k} \cdot \left(\frac{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{3}\right)^{2k+1}$ , cu  $k$  număr natural.

- a) Stabiliți semnul expresiei.
- b) Să se arate că  $|E| < 1$ .

**SUBIECTUL 2.**

Fie  $S = \frac{1}{1 \cdot 18} + \frac{1}{2 \cdot 27} + \dots + \frac{1}{n \cdot (9n+9)}$ , unde  $n \in \mathbb{N}^*$ .

- a) Calculați  $S$ .
- b) Determinați  $n \in \mathbb{N}^*$  astfel încât  $18S \in \mathbb{N}$ .
- c) Determinați  $n \in \mathbb{N}^*$  astfel încât  $\sqrt{S} = \frac{1}{\sqrt{10}}$ .

**SUBIECTUL 3.**

Pe laturile  $AB$  și  $AC$  ale triunghiului  $ABC$  se construiesc, în exteriorul  $\triangle ABC$ , triunghiurile echilaterale  $ABM$  și  $ACN$ . Să se arate că  $BN \equiv CM$ .

**SUBIECTUL 4.**

Fie triunghiul  $ABC$  cu  $\angle A = 90^\circ$ ,  $\angle C = 30^\circ$ . În exteriorul triunghiului construim triunghiurile isoscele  $ADC$  și  $AEB$  cu  $\angle ADC = \angle AEB = 120^\circ$ . Știind că  $M$  este mijlocul laturii  $BC$  și  $F$  este punctul de intersecție a dreptelor  $AC$  și  $BD$ , arătați că patrulaterul  $DABM$  este romb și  $EF \parallel BC$ .

*Gazeta matematica nr.11/2024*

**NOTĂ:** Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect este notat de la 0 la 7 puncte. Timp de lucru 3 ore.



**OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ**  
**ETAPA LOCALĂ - 31 ianuarie 2025 -**  
**CLASA a VIII-a**

**SUBIECTUL 1.**

- a) Determinați numerele raționale  $a$  și  $b$  știind că  $\frac{a}{\sqrt{2}-1} + \frac{b}{\sqrt{2}+1} = 7 - \sqrt{18}$ .
- b) Determinați numerele reale  $a$  și  $b$ , cu  $a \geq b$ , pentru care  $a^2 - b = \sqrt{a-b} - \frac{1}{2}$ .

**SUBIECTUL 2.**

- a) Demonstrați că expresia  $E(x, y) = \frac{x^4 + y^4 + (x+y)^4}{(x^2 + xy + y^2)^2}$  este constantă, pentru orice  $x, y \in \mathbf{R}^*$ .
- b) Să se arate că  $\sqrt{x^4 + y^4 + (x+y)^4} + \sqrt{x^4 + y^4 + (x-y)^4} \geq 4\sqrt{2} \cdot |xy|$ , pentru orice  $x, y \in \mathbf{R}^*$

(GM 10/2024)

**SUBIECTUL 3.**

Se consideră cubul  $ABCD A' B' C' D'$  și punctele  $M, N, P, Q, T$  respectiv mijloacele segmentelor  $AA', A'D', DD', AD, PQ$ .

Demonstrați că dreapta  $CT$  este paralelă cu planul  $(MNB)$ .

**SUBIECTUL 4.**

Se consideră piramida triunghiulară regulată  $VABC$ , punctul  $M$  mijlocul segmentului  $BC$ , iar  $\frac{AB}{VA} = \sqrt{3}$ .

- a) Demonstrați că  $BC \perp AG$ , unde  $G$  este centrul de greutate al triunghiului  $VBC$ .
- b) Calculați măsura unghiului dintre dreptele  $VM$  și  $AC$ .

**NOTĂ:** Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect este notat de la 0 la 7 puncte. Timp de lucru- 3 ore.