
Olimpiada Națională de Matematică

Etapa locală

8 februarie 2025

Clasa a X-a

SUBIECTUL I:

1. Rezolvați în \mathbb{R} sistemul de ecuații:
$$\begin{cases} \log_2 x + \log_5 y = 2 \\ 2^y - 5^x = 7 \end{cases}.$$

S. G. M.

SUBIECTUL II:

2. Fie $z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}$, diferite două câte două, astfel încât $|z_1| = |z_2| = |z_3| = |z_2 + z_3 - z_1|$.

Demonstrați că $z_2 + z_3 = 0$.

SUBIECTUL III:

3. Determinați funcțiile $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ cu proprietatea :

$$f(f(n+1)) = f(f(n)+1) = n + 4049, \text{ pentru orice } n \in \mathbb{N}.$$

SUBIECTUL IV:

4. Demonstrați că, pentru orice $z \in \mathbb{C}$ cu $|z| = 1$, are loc inegalitatea

$$1012 \cdot |1+z| + |1+z^2| + \dots + |1+z^{2025}| \geq 2024.$$

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect este notat cu 7p.

Nu se acordă nici un punct din oficiu. Timp de lucru 3 ore.