
Olimpiada Națională de Matematică

Etapa locală

8 februarie 2025

Clasa a VIII-a

SUBIECTUL I:

a) Determinați numerele reale a și b care verifică egalitatea:

$$3a+3b+28=8\sqrt{3a+5}+6\sqrt{3b-2} \text{ și calculați } (a-b-1)^{2024}.$$

S. G. M.

b) Fie a, b, c numere raționale nenule astfel încât $a+b \neq 0$, $b+c \neq 0$, $c+a \neq 0$ și $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} = 1$

Arătați că valoarea expresiei $\frac{a(2a+7)}{b+c} + \frac{b(2b+7)}{c+a} + \frac{c(2c+7)}{a+b}$ este număr natural prim.

G. M.

SUBIECTUL II:

Se consideră numerele reale x și y , astfel încât $y-x=2$ și $y>2$.

Arătați că expresia $E(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 - 4y + 4} - \sqrt{x^2 + y^2 + 2(x - y + 1)}$ are valoare constantă.

SUBIECTUL III:

Fie A, B, C, D patru puncte necoplanare. Printr-un punct M situat pe segmentul AB se duce un plan paralel cu AC și BD . Acest plan intersectează pe BC în Q , pe CD în P și respectiv pe AD în N .

a) Demonstrați că $MNPQ$ este paralelogram.

b) Dacă $AM = x$ cm, $AB = 5$ cm, $AC = 12$ cm și $BD = 7$ cm, să se calculeze, în funcție de x , perimetrul patrulaterului $MNPQ$.

SUBIECTUL IV:

În paralelipipedul dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$ avem, $AB = a$, $BC = b$, $AA' = c$.

Notăm cu E și F proiecțiile punctului D pe AC , respectiv pe $A'C$ și cu P și Q proiecțiile punctului C' pe $B'D'$, respectiv pe $D'B$.

Arătați că planele (DEF) și $(C'PQ)$ sunt perpendiculare dacă și numai dacă $a^2 + c^2 = b^2$.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect este notat cu 7p.

Nu se acordă nici un punct din oficiu. Timp de lucru 3 ore.