

**Olimpiada Națională de Matematică**

**Etapa locală**

**8 februarie 2025**

**Clasa a XII-a**

**SUBIECTUL I:**

Se consideră mulțimea  $M = (-\infty, 1)$ . Pentru fiecare pereche  $(x, y) \in M \times M$  notăm  $x * y = \frac{2024 - xy}{2025 - x - y}$

a) Arătați că funcția  $(x, y) \rightarrow x * y$  definește o lege de compoziție pe  $M$ .

b) Demonstrați că legea este comutativă și asociativă, dar nu are element neutru.

**S.G.M**

**SUBIECTUL II:**

2. Se consideră funcțiile  $f, F : (0, \pi) \rightarrow \mathbb{R}$

$f(x) = \frac{\sin 7x}{\sin x}$  și  $F(x) = x + \sin 2x + \frac{1}{2} \sin 4x + \frac{1}{3} \sin 6x$ . Arătați că  $\int f(x) dx = F(x) + C$

**S.G.M**

**SUBIECTUL III:**

a) Să se demonstreze că  $(\mathbb{R}, +) \simeq ((0, \infty), \cdot)$

b) Să se demonstreze că  $(\mathbb{R}, +) \not\simeq (\mathbb{R}^*, \cdot)$

**SUBIECTUL IV:**

Fie  $f : (1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(y) = \int_0^y \frac{1}{x^2 - 2x + y} dx$ .

Calculați  $\int_2^{10} f(y) dy$ .

**Notă:** Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect este notat cu 7p.

**Nu se acordă nici un punct din oficiu. Timp de lucru 3 ore.**

Strada Victoriei nr.132-134

Tg-Jiu, cod 210234

Telefon: 0253-227177

Fax : 0253-224750

<http://isj.gj.edu.ro>, e-mail : [isjgorj@yahoo.com](mailto:isjgorj@yahoo.com), [isjgi@utgjiu.ro](mailto:isjgi@utgjiu.ro)