
Olimpiada Națională de Matematică

Etapa locală

8 februarie 2025

Clasa a IX-a

SUBIECTUL I:

1. Rezolvați sistemul : $\begin{cases} 2x + [y] = 5,3 \\ [x] + y = 4,2 \end{cases}$, unde $[a]$ reprezintă partea întreagă a numărului real a .

SUBIECTUL II:

2. Considerăm paralelogramul ABCD cu $AB=a$, $BC=c$, $BD=b$ și fie $M \in (BC)$ astfel încât $\overrightarrow{2CM} + \overrightarrow{BM} = \vec{0}$.
Dacă G este centrul de greutate al triunghiului ABD , I este centrul cercului înscris în triunghiul BCD , iar punctele G, I, M sunt coliniare, arătați că $4a=2b+5c$.

SUBIECTUL III:

3. Determinați numerele reale strict pozitive a, b, c cu proprietatea că $a+b+c=1$ și $ab+bc+ca=\sqrt{3abc}$.

G. M.

SUBIECTUL IV:

4. Fie triunghiul ABC , I centrul cercului său înscris și D, E, F punctele de contact ale acestuia cu laturile BC, CA, AB. Notăm cu D', E', F' intersecțiile semidreptelor (DI , (EI , (FI cu cercul înscris în triunghiul ABC și cu H₁, H₂, H₃ ortocentrele triunghiurilor D'EF , E'FD respective F'DE . Arătați că:

- a) $\overrightarrow{D'F} + \overrightarrow{E'D} + \overrightarrow{F'E} = \vec{0}$ dacă și numai dacă triunghiul ABC este echilateral;
b) triunghiurile H₁H₂H₃ și DEF au același centru de greutate.

G. M.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect este notat cu 7p.

Nu se acordă nici un punct din oficiu. Timp de lucru 3 ore.