

Olimpiada Națională de Matematică

Etapa locală

8 februarie 2025

Clasa a VI-a

**SUBIECTUL I:**

Fie  $p$  un număr prim pentru care  $p^4 - 26$  este tot un număr prim. Demonstrați că, din orice mulțime cu cel puțin șase elemente numere naturale, putem alege două a căror diferență este divizibilă cu  $p$ .

G.M.

**SUBIECTUL II :**

- a) Aflați  $m, n$  numere naturale astfel încât  $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n + 57^{4m+1} = (n-1)^4$ .
- b) Determinați un număr natural de patru cifre  $\overline{abcd}$  știind că sunt îndeplinite simultan condițiile : i)  $(\overline{ab}, \overline{cd}) = 4$  și ii)  $[\overline{ab}, \overline{cd}] = 204$ .

**SUBIECTUL III:**

$\sphericalangle AOB$ ,  $\sphericalangle BOC$ ,  $\sphericalangle COD$ ,  $\sphericalangle DOE$  și  $\sphericalangle EOA$  sunt unghiuri în jurul punctului  $O$ , astfel încât unghiul  $\sphericalangle AOB$  este complementul unghiului  $\sphericalangle BOC$  și este suplementul unghiului  $\sphericalangle COD$ , iar unghiul  $\sphericalangle DOE$  este suplementul complementului unghiului  $\sphericalangle AOB$ . Arătați că semidreptele  $OE$  și  $OA$  coincid.

**SUBIECTUL IV:**

Fie punctele coliniare  $A, B, C$  și  $D$  (în această ordine) astfel încât  $AB + 2BC + 3CD = 2AD$ . Determinați poziția punctului  $M \in (BC)$  cu proprietatea că  $AM \cdot MC = MB \cdot MD$ .

**Notă:** Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect este notat cu 7p.

Nu se acordă nici un punct din oficiu. Timp de lucru 3 ore.