

## OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală – Constanța, 08.02.2025

Clasa a VII-a

## SUBIECTUL 1

i) Fie  $A = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}} + \dots + \frac{\sqrt{2025}-\sqrt{2024}}{\sqrt{2024 \cdot 2025}}$ . Arătați că  $A \in \mathbb{Q}$ .

ii) Fie  $n = 1 + \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{5 - 2\sqrt{6}} + \sqrt{7 - 2\sqrt{12}} + \dots + \sqrt{4049 - 2\sqrt{2024 \cdot 2025}}$ .

a) Arătați că  $\sqrt{(2k+1) - 2\sqrt{k(k+1)}} = \sqrt{k+1} - \sqrt{k}$ ,  $k \in \mathbb{N}$ .

b) Arătați că  $n \in \mathbb{N}$ .

## SUBIECTUL 2

Determinați numerele întregi  $a, b, c, d$  pentru care  $a + b + c = 2d$  și  $\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ac} = d^2$ .

*Supliment G.M. 9/2024*

## SUBIECTUL 3

Se consideră triunghiul dreptunghic isoscel  $MNP$ , cu  $\angle M = 90^\circ$  și punctul  $O$  mijlocul laturii  $NP$ . Pe dreapta  $MN$  se consideră punctul  $S$  astfel încât  $M$  aparține segmentului  $NS$ . Perpendiculara în  $O$ , pe dreapta  $OS$  intersectează dreapta  $MP$  în punctul  $T$ .

a) Arătați că triunghiul  $OTS$  este isoscel.

b) Dacă  $MN=OT$ , determinați măsura unghiului  $OSM$ .

## SUBIECTUL 4

Pe laturile  $AB$  și  $AC$  ale triunghiului ascuțitunghic  $ABC$  se construiesc în exterior pătratele  $ABMN$  și  $ACPQ$ .

a) Să se arate că  $\angle NCA = \angle BQA$ .

b) Știind că  $E$  și  $F$  sunt mijloacele lui  $BC$ , respectiv  $NQ$ , să se arate că  $MP \perp EF$ .

**Notă:**

Timp de lucru: 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7.

Nu se acordă puncte din oficiu.