



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
AN ȘCOLAR 2024 – 2025
ETAPA LOCALĂ
08.02.2025

CLASA a V – a

BAREM

Subiectul I

Numărul n este format din numerele impare până la numărul 2025. Observăm că în componența sa sunt:

$(9 - 1) : 2 + 1 = 5$ numere impare de câte o cifră 1 p

$(99 - 11) : 2 + 1 = 45$ numere impare de câte 2 cifre 1 p

$50 = 5 + 2 \cdot 22 + 1$

A 50 - a cifră a numărului n este prima cifră a celui de-al 23-lea număr impar de 2 cifre, respectiv a numărului 53, deci a 50-a cifră a numărului n este 5..... 1 p

$(999 - 101) : 2 + 1 = 450$ numere impare de câte 3 cifre 1 p

Până în acest moment avem $1 \cdot 5 + 2 \cdot 45 + 3 \cdot 450 = 1445$ cifre. A 2025 – a cifră a numărului n va fi de la un număr impar de 4 cifre. Se vor mai folosi $2025 - 1445 = 580$ cifre, până la a 2025 – a cifră. 1 p

$580 = 4 \cdot 145$, deci a 2025 – a cifră va fi ultima cifră a celui de al 145-lea număr impar de 4 cifre, adică a numărului $1001 + 2 \cdot 144 = 1289$, care este 9. 1 p

Deci, a 50 – a cifră a numărului n este diferită de a 2025 - a cifră a numărului n 1 p

Subiectul II

Cum a , b și c sunt cifre, avem $a + b + c \leq 27$ 1p

Descompunerile numărului 234 în care cel puțin un factor este de două cifre, sunt:

$234 = 13 \cdot 18 = 9 \cdot 26 = 6 \cdot 39 = 3 \cdot 78$, de unde apar cazurile: 1p



- 1) $\overline{ac} = 18$ și $a + b + c = 13 \Rightarrow a = 1, c = 8, b = 4$ 1p
- 2) $\overline{ac} = 26$ și $a + b + c = 9 \Rightarrow a = 2, c = 6, b = 1$ 1p
- 3) $\overline{ac} = 13$ și $a + b + c = 18 \Rightarrow a = 1, c = 3, b = 14$ – nu este cifră 1p
- 4) $\overline{ac} = 39$ și $a + b + c = 6 \Rightarrow a = 3, c = 9, b$ nu există 1p
- 5) $\overline{ac} = 78$ și $a + b + c = 3 \Rightarrow a = 7, c = 8, b$ nu există.

Deci numerele sunt 148 și 216. 1p

Subiectul III

Notăm cu a, b, c sumele de bani pe care le au: Ana, Barbu și Cristi. Astfel avem:

$$15 < a + b + c < 100 \text{ 1p}$$

$$a + b = 3c \text{ și } b + c = 3a \text{ 1p}$$

Din scăderea ultimelor două relații se obține $a - c = 3(c - a)$, de unde rezultă

$$a = c \text{ 2p}$$

Sumele de bani pe care le au cei trei copii Ana, Barbu și Cristi vor fi de forma: $a, 2a, a$, iar din condiția $15 < a + b + c < 100 \Rightarrow 15 < 4a < 100$, de unde 1p

$$4a = 16, 20, 24, \dots 96. \text{ Deci } a = 4, 5, 6, \dots 24. \text{ 1p}$$

Ținând cont că fiecare copil are cel puțin 5 lei, cea mai mică sumă pe care o pot primi copiii, este: 6 lei, 12 lei, 6 lei și cea mai mare este: 24 lei, 48 lei, 24 lei. 1p

Subiectul IV

$$a) a = (3^2)^{2023} - 2 \cdot (3^5)^{809} + 24 \cdot (3^4)^{1011} = \text{ 1 p}$$

$$3^{4046} - 2 \cdot 3^{4045} + 24 \cdot 3^{4044} = 3^{4044} \cdot (3^2 - 2 \cdot 3 + 24) = \text{ 1 p}$$

$$3^{4044} \cdot 27 = 3^{4047} = (3^{1349})^3 - \text{cub perfect} \text{ 1 p}$$

$$b) 27^{1349} = (3^3)^{1349} = 3^{4047} = \text{ 1 p}$$

$$3^{2022} \cdot (3^{2025} - 2) + 2 \cdot 3^{2022}, \text{ deci } 27^{1349} = (3^{2025} - 2) \cdot 3^{2022} + 2 \cdot 3^{2022}$$

$$\text{ 1 p}$$

$$\text{Cum } 3^{2025} - 2 > 2 \cdot 3^{2022}, \text{ deoarece } 3^{2025} - 2 \cdot 3^{2022} > 2, \text{ adică } 3^{2022} \cdot 25 > 2,$$

$$\text{ 1 p}$$



câtul împărțirii numărului 27^{1349} la $3^{2025} - 2$ este 3^{2022} și restul $2 \cdot 3^{2022}$ 1 p