



**Olimpiada de Matematică – etapa locală – Galați**  
**11 februarie 2023**

**Clasa a 7-a**

**Problema 1.**

a) Să se demonstreze inegalitatea:  $\frac{1}{\sqrt{37}} + \frac{1}{\sqrt{45}} + \frac{1}{\sqrt{61}} < \frac{1}{\sqrt{27}} + \frac{1}{\sqrt{32}} + \frac{1}{\sqrt{48}}.$

b) Să se determine numerele raționale  $a$  și  $b$ , știind că:

$$(2 \cdot a + b) \cdot \sqrt{27} + (a - 3 \cdot b) \cdot \sqrt{2} = (a + 2 \cdot b - 22) \cdot \sqrt{3} + (b - 10) \cdot \sqrt{8}.$$

**Problema 2.** Se consideră triunghiul  $ABC$  în care bisectoarea unghiului  $\sphericalangle BAC$  și mediana laturii  $AC$  sunt perpendiculare; fie  $O$  punctul lor de intersecție. Se notează cu  $M$ ,  $N$ ,  $P$ , respectiv, mijloacele laturilor  $BC$ ,  $CA$ ,  $AB$ . Demonstrați că:

a) punctele  $M$ ,  $O$  și  $P$  sunt coliniare;

b)  $MN \equiv MO$ .

**Problema 3.** Se consideră următorul tabel în care linia  $n$  conține  $n$  numere:

$\sqrt{1}$						
$\sqrt{3}$	$\sqrt{5}$					
$\sqrt{7}$	$\sqrt{9}$	$\sqrt{11}$				
$\sqrt{13}$	$\sqrt{15}$	$\sqrt{17}$	$\sqrt{19}$			
$\sqrt{21}$	$\sqrt{23}$	$\sqrt{25}$	$\sqrt{27}$	$\sqrt{29}$		
$\sqrt{31}$	$\sqrt{33}$	$\sqrt{35}$	$\sqrt{37}$	$\sqrt{39}$	$\sqrt{41}$	
...	...	...	...	...	...	...

a) Să se determine câte linii ale tabelului au primul element un număr rațional.

b) Să se calculeze partea întreagă a primului element de pe linia 2023.

**Problema 4.** Fie  $E$  un punct pe latura  $DC$  a pătratului  $ABCD$ ,  $AN$  bisectoarea unghiului  $\sphericalangle EAB$ ,  $N \in BC$  și  $P$  punctul de intersecție a dreptelor  $AE$  și  $BC$ . Perpendiculara din  $P$  pe  $NE$  intersectează dreapta  $DC$  în  $M$ . Demonstrați că:

a)  $NA$  este bisectoarea unghiului  $\sphericalangle MNB$ ;

b)  $MN = DM + BN$ ;

c)  $\sphericalangle MAN = 45^\circ$ .

**Problema E:16397 din GM nr.10/2022**

*Timp de lucru 3 ore*

*Fiecare problemă este notată cu 7 puncte*