Olimpiada naţională de matematică

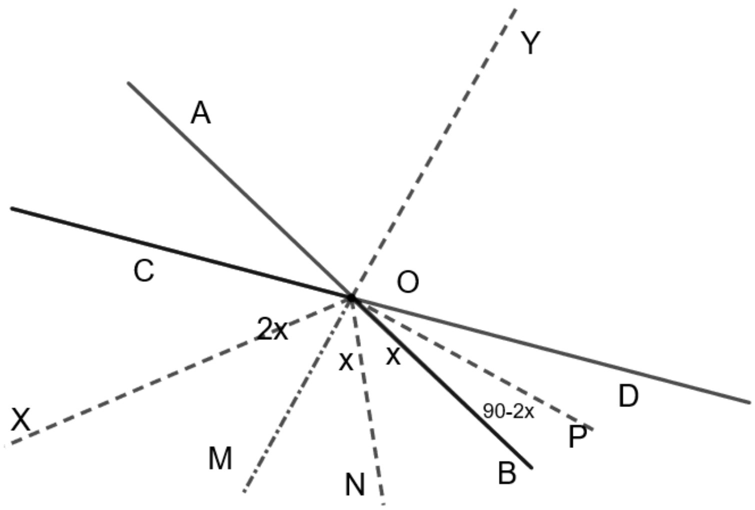
etapa locală, 29.02.2020

Clasa a VI-a

BAREM DE CORECTARE

1.	***ENUNȚ.*** *Să se determine cardinalul mulțimii* $A=\left\{\overline{ab} \mid \frac{16}{a^2+b} \in \mathbb{N}\right\}$	
	***	
	$\frac{16}{a^2+b} \in \mathbb{N} \Rightarrow a^2+b \mid 16 \Rightarrow a^2+b \in \{1,2,4,8,16\}$	**2p**
	$a^2+b=16 \Rightarrow a=4 \text{ și } b=0 \text{ sau } a=3 \text{ și } b=7 \Rightarrow \text{numerele sunt } 40 \text{ și } 37$	**1p**
	$a^2+b=8 \Rightarrow a=2 \text{ și } b=4 \text{ sau } a=1 \text{ și } b=7 \Rightarrow \text{numerele sunt } 24 \text{ și } 17$	**1p**
	$a^2+b=4 \Rightarrow a=2 \text{ și } b=0 \text{ sau } a=1 \text{ și } b=3 \Rightarrow \text{numerele sunt } 20 \text{ și } 13$	**1p**
	$a^2+b=2 \Rightarrow a=1 \text{ și } b=1 \Rightarrow \text{numărul este } 11$	**1p**
	$a^2+b=1 \Rightarrow a=1 \text{ și } b=0 \Rightarrow \text{numărul este } 10$ Deci cardinalul multimii A este 8.	**1p**
2.	***ENUNȚ.*** *Fie numerele a şi b direct proporţionale cu 2 şi 3, iar numerele b şi c direct proporţionale cu 6 şi 9. Ştiind că produsul numerelor a, b şi c este 216, demonstraţi că suma numerelor a, b şi c este un număr prim.*	
	Prof. Boros Adriana , Liceul Ortodox Nicolae Steinhardt	
	$\frac{a}{2}=\frac{b}{3}=k, a=2k \text{ și } b=3k$	**1p**
	$\frac{b}{6}=\frac{c}{9} \Rightarrow \frac{3k}{6}=\frac{c}{9} \Rightarrow c=\frac{9k}{2}$	**2p**
	$a \cdot b \cdot c=216 \Rightarrow 27k^3=216, k=2$	**2p**
	$a=4, b=6, c=9$	**1p**
	$a+b+c=19 \text{ deci este număr prim}$	**1p**

3.	***ENUNȚ.*** *a) Se consideră n unghiuri ascuțite cu suma măsurilor de 180^0. Determinați, în funcție de n, suma măsurilor suplementelor lor și suma măsurilor complementelor lor.* *b) Fie ∢AOB și ∢BOC adiacente astfel încât raportul măsurilor lor este egal cu $\frac{2}{5}$, iar măsura unghiului format de bisectoarele lor are măsura de 38°30′. Determinați măsurile celor două unghiuri.*	
	Prof. Ionela Turturean, Scoala Gimnaziala Culciu Mare	
	a) Notăm cele n măsuri cu $x_1, x_2, ..., x_n$ $x_1 + x_2 + ... + x_n = 180°$.	**1 p**
	Suma măsurilor suplementelor: $180° - x_1 + 180° - x_2 + ... + 180° - x_n = 180°\cdot n - 180° = (n - 1)\cdot 180°$	**1p**
	Suma măsurilor complementelor: $90° - x_1 + 90° - x_2 + ... + 90° - x_n = 90°\cdot n - 180° = (n - 2)\cdot 90°$	**1p**
	b) Notăm măsurile unghiurilor cu x și y $x + y = 2\cdot 38°30' = 77°$	**2p**
	$\frac{x}{y} = \frac{2}{5}$	**1p**
	$x = 22°, y = 55°$. m(∢AOB) = 22° și m(∢BOC) = 55°.	**1p**
4.	***ENUNȚ.*** *Dreptele AB și CD sunt concurente în O. Semidreptele [OM, [ON, [OP sunt bisectoare ale unghiurilor ∢COB, ∢BOM, respectiv ∢BOD. Știind că m(∢PON)=49°, determinați:* *a) Măsura ∢MON;* *b) Măsura unghiului format de bisectoarea ∢AOD și bisectoarea ∢MOC.*	
	Prof. Ionela Turturean, Scoala Gimnaziala Culciu Mare	

		
	a) notăm m(∢COB) = 4x, de unde m(∢MON) = m(∢BON) = x , m(∢BOD) = 180°-4x, m(∢POB)=90°-2x .	**1p**
	m(∢PON) = x+90°-2x .	**1p**
	49° = x+90°-2x .	**1p**
	x = 41°, m(∢MON) = 41°	**1p**
	b) măsura unghiului cerut este: x+180°-4x+2x	**2p**
	[OY bisectoarea ∢AOD iar [OX bisectoarea ∢MOC. Finalizare m(∢XOY) = 139°	**1p**