

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ 07.02.2020

CLASA a VI-a

Problema I. (7 puncte)

Se consideră numărul $a = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{2021 \cdot 2022}$.

a) Să se determine $x \in \mathbb{N}$ astfel încât $\frac{2022a}{x+1} \in \mathbb{N}$.

b) Să se determine $n \in \mathbb{N}$ astfel încât numărul $(2022a)^n$ să aibă 2025 de divizori naturali.

prof. Alin Mizgan, Liceul Teoretic Petru Maior Gherla

Problema II. (7 puncte)

a) Aflați numerele x, y, z știind că îndeplinesc simultan condițiile: $\frac{x}{x+2} = \frac{y}{y+3} = \frac{z}{z+4}$ și

$$\frac{2}{x} + \frac{3}{y} + \frac{4}{z} = 24.$$

b) Să se afle numerele naturale a și b , știind că $a < b$ și $[a, b] - (a, b) = 17$.

prof. Emilia Copaciu, Colegiul Tehnic Ana Aslan Cluj-Napoca
prof. Sorin Galea, Liceul Teoretic Nicolae Bălcescu Cluj-Napoca

Problema III. (7 puncte)

Semidreptele OA , OB , OC , OD și OE construite în această ordine, determină cinci unghiuri care luate două câte două au interioarele disjuncte. Bisectoarea unghiului $\sphericalangle AOB$ este perpendiculară pe OC , iar bisectoarea unghiului $\sphericalangle BOC$ formează cu semidreapta OA un unghi cu măsura de 102° .

a) Determinați măsura unghiului $\sphericalangle AOC$.

b) Știind că $\frac{\sphericalangle COD}{\sphericalangle DOE} = 0,8(3)$ și $\frac{\sphericalangle DOE}{\sphericalangle AOE} = 0, (6)$, determinați măsurile unghiurilor $\sphericalangle COD$, $\sphericalangle DOE$ și $\sphericalangle AOE$.

prof. Andreea Maxim, Liceul Teoretic „Onisifor Ghibu” Cluj-Napoca
prof. Elena Măgdaș, Școala Gimnazială „Horea” Cluj-Napoca

Problema IV. (7 puncte)

Pe cercul $C(O, R)$ se consideră punctele A, B, C, D și E astfel încât măsurile arcelor \widehat{AB} , \widehat{BC} și \widehat{CD} să fie direct proporționale cu numerele 5, 2 și 4, iar măsurile arcelor \widehat{CD} , \widehat{DE} și \widehat{EA} să fie invers proporționale cu numerele 0,1(6); 0,(6) și 0,5.

a) Determinați măsurile arcelor \widehat{AB} , \widehat{BC} , \widehat{CD} , \widehat{DE} și \widehat{EA} .

b) Dacă $[OM]$ este bisectoarea $\sphericalangle BOC$ și $[ON]$ este bisectoarea $\sphericalangle AOE$, verificați dacă punctele M , O , N sunt coliniare.

prof. Andreea Maxim, Liceul Teoretic „Onisifor Ghibu” Cluj-Napoca
prof. Elena Măgdaș, Școala Gimnazială „Horea” Cluj-Napoca

Toate subiectele sunt obligatorii.

SUCCES!

Timp efectiv de lucru - 2 ore.