OLIMPADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ

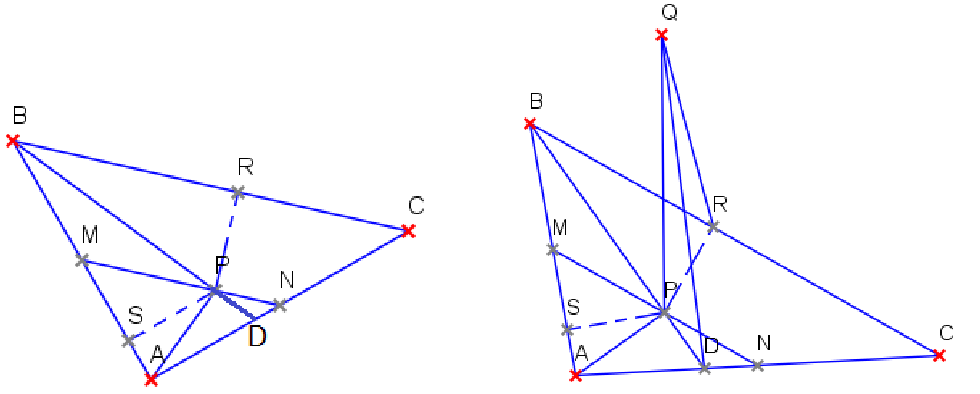
16 februarie 2019

BAREM DE NOTARE
CLASA A VIII-A

1.)	**Din oficiu**	**1p**
	$a=\sqrt{17-2\sqrt{30}}-\sqrt{17+2\sqrt{30}}=\sqrt{15-2\sqrt{15}\cdot\sqrt{2}+2}-\sqrt{15+2\sqrt{15}\cdot\sqrt{2}+2}$ $=\sqrt{\left(\sqrt{15}-\sqrt{2}\right)^2}-\sqrt{\left(\sqrt{15}+\sqrt{2}\right)^2}$	**4p**
	$=\left\|\sqrt{15}-\sqrt{2}\right\|-\left\|\sqrt{15}+\sqrt{2}\right\|$	**1p**
	Deoarece $\sqrt{15}-\sqrt{2}>0$; $\sqrt{15}+\sqrt{2}>0$, rezultă $a=\sqrt{15}-\sqrt{2}-\sqrt{15}-\sqrt{2}$	**2p**
	adică $a=-2\sqrt{2}$.	**1p**
	$\left(a-1+2\sqrt{2}\right)^{2019}=\left(-2\sqrt{2}-1+2\sqrt{2}\right)^{2019}=(-1)^{2019}=-1$	**2p**

2.)	**Din oficiu**	**1p**
	Evident din $\left\|x-\frac{1}{2}\right\|\le\frac{4037}{2}$ și $\left\|y-\frac{1}{2}\right\|\le\frac{4037}{2}\Rightarrow x\in(-2018,2019)$ și $y\in(-2018,2019)$	**2p**
	Din inegalitatea mediilor aplicată expresiilor pozitive obținem $m_g\le m_a\Rightarrow \begin{array}{l}\sqrt{(2019-x)(y+2018)}\le\frac{(2019-x)+(y+2018)}{2}\\ \sqrt{(2019-y)(x+2019)}\le\frac{(2019-y)+(x+2018)}{2}\end{array}$	**4p**
	$\Rightarrow\sqrt{(2019-x)(y+2019)}+\sqrt{(2019-y)(x+2019)}\le 2018+2019$	**1p**
	Egalitate dacă $\left.\begin{array}{l}(2019-x)=(y+2018)\\(2019-y)=(x+2018)\end{array}\right\|\Rightarrow x+y=1$	**2p**

3.)	**Din oficiu**	**1p**
	Împărțim cubul în 27 cuburi mici, de latură 1 m.	**3p**
	Fiind 28 de țânțari, există un cub în care vor fi 2 țânțari.	**3p**
	Distanța maximă între acești țânțari este de lungimea diagonalei unui cub mic.	**1p**
	$d=l\sqrt{3}=\sqrt{3}\approx 1,73<1,8$	**2p**

4.)	**Din oficiu**	**1p**
		**1p**
	a) $[BM]\equiv[MA],[CN]\equiv[NA]\Rightarrow MN \parallel BC$ (linie mijlocie) $MN \parallel BC \Rightarrow P\hat{B}C \equiv B\hat{P}M$ (alterne interne) Dar $A\hat{B}P \equiv P\hat{B}C$ (*BP* bisectoare), deci $A\hat{B}P \equiv B\hat{P}M \Rightarrow \Delta BMP:[BM]\equiv[MP]$. $\Delta BPA:[BM]\equiv[MP]\equiv[MA] \Leftrightarrow PM=\frac{AB}{2} \Rightarrow m\left(B\hat{P}A\right)=90^\circ$	**2p**
	$Q\notin(ABC), BC\subset(ABC)$ **b)** $\left.\begin{array}{l} QP\perp(ABC) \\ PR\perp BC \end{array}\right\} \overset{t.3\perp}{\Rightarrow} QR\perp BC \Rightarrow d(Q,BC)=QR$ Fie $PS\perp AB$, P punct situat pe bisectoarea *BP*, deci $PR=d(P,BC)=d(P,AB)=PS=\frac{BP\cdot PA}{AB}=\frac{12}{5}$. (AB = 5cm – numere pitagorice) $\Delta QPR: m(Q\hat{P}R)=90^\circ \overset{t.Pit.}{\Rightarrow} QR=\sqrt{QP^2+PR^2};\ QR=\frac{13}{5}cm$	**3p**
	c) $QP\perp(ABC),\ D\in(ABC)\Rightarrow pr_{(ABC)}QD=PD\Rightarrow\left(QD,\widehat{(ABC)}\right)=Q\hat{D}P$ $MN=\frac{BC}{2}=\frac{7}{2};\ PM=\frac{AB}{2}=\frac{5}{2}\Rightarrow PN=MN-MP=1$ $PN \parallel BC \overset{t.F.A}{\Rightarrow} \Delta DPN \sim \Delta DBC \Rightarrow \frac{PN}{BC}=\frac{PD}{BD}\Rightarrow\frac{1}{7}=\frac{PD}{PD+4}\Rightarrow PD=\frac{2}{3}$ $\Delta QPD: m(Q\hat{P}D)=90^\circ \Rightarrow tg(Q\hat{D}P)=\frac{PQ}{PD}=\frac{1}{\frac{2}{3}}=\frac{3}{2}$	**3p**