

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ 22.02.2019

CLASA a VII-a

Problema I. (7 puncte)

- a) Rezolvați ecuația $(x+1)+(x+2)+\dots+(x+2019)=2019^2+2019$ pe mulțimea numerelor raționale.

prof. Jakab-Medvessi Andrea-Alice, Liceul Teoretic Apáczai Csere János Cluj-Napoca

- b) Se dau numerele: $a = \sqrt{7+\sqrt{13}} - \sqrt{7-\sqrt{13}}$ și $b = \sqrt{5+2\sqrt{6}} - \sqrt{5-2\sqrt{6}}$.

Calculați media geometrică a numerelor a și b .

prof. Cristian Petru Pop, Inspectoratul Școlar Județean Cluj

Problema II. (7 puncte)

Calculați valoarea expresiei $E = a^{b^c} + b^{c^a} + c^{a^b}$, știind că:

$$a = \sqrt{1\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{1\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{1\frac{1}{4}} \cdot \dots \cdot \sqrt{1\frac{1}{99}} \cdot \sqrt{2}, \quad b = \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} - \sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{5})^2} + |-\sqrt{5}|, \text{ iar}$$

$$c = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}} + \frac{\sqrt{2}-\sqrt{4}}{\sqrt{8}}$$

prof. Rodica Lădar, Liceul Teoretic Ana Ipătescu Gherla

Problema III. (7 puncte)

Se consideră trapezul $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $AB = 16 \text{ cm}$, $AC = 12 \text{ cm}$, $AD = 9 \text{ cm}$. Fie M simetricul punctului C față de AB . Știind că semidreapta $[AC$ este bisectoarea unghiului $\sphericalangle BAD$, calculați perimetrul patrulaterului $ACBM$.

prof. Dana Bodea, Liceul Teoretic Gelu Voievod Gilău

Problema IV. (7 puncte)

Fie paralelogramul $ABCD$ în care E este mijlocul segmentului BC . Prin punctul F , $\{F\} = AC \cap DE$, se duc paralelele FT și FP la AB , respectiv AD , $T \in (BC)$, $P \in (DC)$.

- a) Arătați că $\frac{CT}{BC} + \frac{DP}{CD} = 1$;

- b) Aflați raportul dintre aria triunghiului $\triangle FEC$ și aria triunghiului $\triangle DAF$.

prof. Cristian Petru Pop, Inspectoratul Școlar Județean Cluj