OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ 22.02.2019
CLASA a IX-a

Problema I. (7 puncte)

Fie $a,b,c \in (0,\infty)$ astfel încât $abc=1$. Să se determine valoarea minimă a expresiei $S=\frac{a^3b}{ab^2+1}+\frac{b^3c}{bc^2+1}+\frac{ac^3}{a^2c+1}$. Pentru ce valori ale lui a,b şi respectiv c se obţine această valoare minimă?

prof. Gheorghe Lobonţ, Colegiul Naţional ,,Emil Racoviţă" Cluj-Napoca

Problema II. (7 puncte)

Să se arate că numerele a şi b au aceeaşi parte întreagă, unde

$$a=\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\cdots+\frac{1}{3n+1},\ n\in N^* \text{ iar } b=\frac{1}{\sqrt{n}}\left(1+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{n}}\right),\ n\in N^*, n\geq 2$$

prof. Jecan Eugen, Colegiul Naţional ,,Andrei Mureşanu" Dej

Problema III. (7 puncte)

Să se demonstreze că, pentru orice $a, b, c \in (0,\infty)$, are loc inegalitatea

$$\frac{ab}{a^2+bc}+\frac{bc}{b^2+ca}+\frac{ca}{c^2+ab}\leq\frac{1}{2}\left(\frac{a}{c}+\frac{b}{a}+\frac{c}{b}\right)$$

prof.Flavia Zeriu,Liceul de Informatică Tiberiu Popoviciu Cluj-Napoca

Problema IV. (7 puncte)

Se consideră triunghiul oarecare ABC și H ortocentrul său. Dacă A_1, A_2, A_3 sunt simetricele ortocentrului H faţă de mijloacele laturilor $[BC]$,$[AC]$ și respectiv $[AB]$,iar H_1, H_2, H_3 ortocentrele triunghiurilor BCA_1, ACA_2 și respectiv ABA_3, să se arate că :

a) $HH_1=HH_2=HH_3$.

b) $\overrightarrow{HH_1}+\overrightarrow{HH_2}+\overrightarrow{HH_3}=3\overrightarrow{HG}$, unde G este centrul de greutate al triunghiului ABC.

prof. Camelia Maria Magdaș, Corina Livia Dragoș , Colegiul Naţional "Andrei Mureșanu" Dej

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru - 3 ore.

SUCCES!