

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ 22.02.2019

CLASA a X-a

Problema I. (7 puncte)

Să se determine toate perechile de numere reale (x, y) astfel încât

$$81^{2 \cdot x^2 + y + \frac{1}{8}} + 81^{2 \cdot y^2 + x + \frac{1}{8}} = 2$$

prof. Gheorghe Lobonț, Colegiul Național „Emil Racoviță” Cluj-Napoca

Problema II. (7 puncte)

Rezolvați în \mathbb{R} ecuația: $\log_{(\sin x - \cos x)}(\sin^3 x - \cos^3 x) = -1$

prof. Trif Rodica Daniela, Liceul de Informatică Tiberiu Popoviciu Cluj-Napoca

Problema III. (7 puncte)

Fie $z \in \mathbb{C}$ astfel încât $|z| \leq 1$. Să se arate că:

$$|z^{2019} + 2i| + |z^{2018} + 2i| + \dots + |z^3 + 2i| + |z^2 + 2i| + 2018|z + 2| \geq 6054.$$

prof. Anca Cristina Hodorogea, Inspectoratul Școlar Județean Cluj

Problema IV. (7 puncte)

Se consideră patrulaterul convex ABCD și M, N, P, Q mijloacele segmentelor AB, BC, CD și respectiv AD. Fie punctele E, F, G și H pe segmentele AN, BP, CQ și DM astfel încât $\frac{AE}{EN} = \frac{BF}{FP} = \frac{CG}{GQ} = \frac{DH}{HM}$. Să se arate că EFGH este paralelogram dacă și numai dacă ABCD este paralelogram.

prof. Anca Cristina Hodorogea, Inspectoratul Școlar Județean Cluj
prof. Camelia Maria Magdaș, Colegiul Național Andrei Mureșanu Dej

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru - 3 ore.

SUCCES!