

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ 22.02.2019

CLASA a XII-a

Problema I. (7 puncte)

Se dă legea de compoziție pe $[-1,1)$, $x * y = \frac{3xy - x - y - 1}{xy + x + y - 3}$.

a) Determinați numărul elementelor inversabile;

b) Dacă $f: [-1,1) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$ arătați că $f(x * y) = f(x) + f(y)$.

prof. Bujă Aura, Liceul Teoretic Petru Maior Gherla

Problema II. (7 puncte)

Fie (G, \cdot) un grup și e elementul neutru al grupului. Dacă $x, y \in G$ astfel încât

$x^2 = y^6 = e$ și $xy = y^4x$ atunci $y^3 = e$ și $xy = yx$.

Problema III. (7 puncte)

Să se calculeze $\int_{\frac{\alpha+1}{\alpha}}^{\alpha+1} \frac{\ln(x-1)^{\frac{1}{x}}}{\sqrt{x-1}} dx$, unde $\alpha \in \mathbb{R}, \alpha > 0$

prof. Gheorghe Lobonț, Colegiul Național „Emil Racoviță” Cluj-Napoca

Problema IV. (7 puncte)

Să se calculeze : $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{e^{\sin x} - \sin x - 1}{x + 2 \arctan(x+1)} dx \right)^n$.

prof. Gorcea Violin, Liceul Teoretic "Avram Iancu" Cluj-Napoca

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru - 3 ore.

SUCCES!