

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ 22.02.2019

CLASA a VIII-a

Problema I. (7 puncte)

Arătați că numărul

$$A = \sqrt{1 + 2^{100}} \sqrt{1 + (2^{100} + 1)(2^{100} + 3)} + \sqrt{1 + 2^{101}} \sqrt{1 + (2^{101} + 1)(2^{101} + 3)} + \dots + \sqrt{1 + 2^{2019}} \sqrt{1 + (2^{2019} + 1)(2^{2019} + 3)}$$

este un număr natural, divizibil cu 10.

prof. Dana Bodea, Liceul Teoretic Gelu Voievod Gilău

Problema II. (7 puncte)

- Calculați: $(4x - 4)^2 + (3x - 1)^2 - (5x - 4)^2$;
- Calculați: $(x + y + z) \cdot (x^2 + y^2 + z^2 - xy - xz - yz)$;
- Să se arate că 2019 se poate scrie sub forma: $a^2 + b^2 - c^2$, unde $a, b, c \in \mathbb{N}^*$;
- Să se arate că nu există $a, b, c \in \mathbb{Z}$ astfel încât: $2019 = (a - b)^3 + (b - c)^3 + (c - a)^3$.

prof. Vasile Șerdean, Școala Gimnazială nr. 1 Gherla

Problema III. (7 puncte)

Pe planul triunghiului isoscel $\triangle ABC$ având $AB = AC = 24 \text{ cm}$, $BC = 24\sqrt{3} \text{ cm}$ se ridică perpendiculara $MO = 16 \text{ cm}$, O fiind centrul cercului circumscris triunghiului $\triangle ABC$. Determinați distanța de M la BC .

prof. Ioana Ludușan, Colegiul Național Gheorghe Șincai Cluj-Napoca

Problema IV. (7 puncte)

Pe planul rombului $ABCD$ de latură $AB = 6 \text{ cm}$, se ridică perpendiculara $AP = 6 \text{ cm}$. Știind că $m(\angle BAD) = 60^\circ$, arătați că distanța dintre dreptele BD și PC este mai mică decât 3 cm.

prof. Cristian Petru Pop, Inspectoratul Școlar Județean Cluj