

# OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

## ETAPA LOCALĂ 22.02.2019

### CLASA a VI-a

#### Problema I. (7 puncte)

Fie  $a, b, c, d$  patru numere naturale care verifică egalitatea  $20a - 505b - 404c = 2020d$ . Arătați că produsul celor patru numere este divizibil cu 2020.

*prof. Dana Bodea, Liceul Teoretic Gelu Voievod Gilău*

#### Problema II. (7 puncte)

- Se consideră numerele naturale  $a = 5n + 12$ ,  $b = 2n + 5$ ,  $c = 3n + 7$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ .
- Să se arate că numerele  $a$  și  $b$  sunt prime între ele.
  - Să se arate că numărul  $[a; b] + [a; c]$  este pătratul unui număr natural, unde cu  $[x; y]$  am notat cel mai mic multiplu comun al numerelor  $x$  și  $y$ .

*prof. Vasile Șerdean, Școala Gimnazială nr. 1 Gherla*  
*prof. Cristian Petru Pop, Inspectoratul Școlar Județean Cluj*

#### Problema III. (7 puncte)

În jurul punctului  $O$  se consideră cinci unghiuri:  $\widehat{AOB}$ ,  $\widehat{BOC}$ ,  $\widehat{COD}$ ,  $\widehat{DOE}$ ,  $\widehat{EOA}$  astfel încât măsurile unghiurilor  $\widehat{AOB}$ ,  $\widehat{BOC}$ ,  $\widehat{COD}$  sunt direct proporționale cu numerele 3, 12 și 7, iar măsurile unghiurilor  $\widehat{COD}$ ,  $\widehat{DOE}$ ,  $\widehat{EOA}$  sunt invers proporționale cu numerele 4, 2 și 7.

- Aflați măsurile celor cinci unghiuri;
- Aflați măsura unghiului  $\widehat{MON}$  unde  $OM$  și  $ON$  sunt bisectoarele unghiurilor  $\widehat{AOB}$ , respectiv  $\widehat{EOA}$ .

*prof. Rodica Lădar, Liceul Teoretic Ana Ipătescu Gherla*

#### Problema IV. (7 puncte)

Se dă unghiul alungit  $\sphericalangle AOB$  și punctele  $C$  și  $D$  situate în semiplane opuse față de dreapta  $AB$ , astfel încât  $m(\sphericalangle COD) = 80^\circ$ .

- Dacă  $[ON]$  este bisectoarea unghiului  $\sphericalangle AOC$ , iar  $[OM]$  este bisectoarea unghiului  $\sphericalangle BOD$  și  $m(\sphericalangle BOC) = 130^\circ$ , calculați măsura unghiului  $\sphericalangle MON$
- Dacă  $[OE]$  este semidreapta opusă semidreptei  $[OD]$ , calculați măsura unghiului  $\sphericalangle POE$ , unde  $OP$  este perpendiculară pe  $OC$ ,  $P$  fiind situat în semiplanul determinat de  $AB$  și punctul  $C$ .

*prof. Aura Buju, Liceul Teoretic Petru Maior Gherla*