OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ 22.02.2019
CLASA a XI-a

Problema I. (7 puncte)

Să se calculeze A^n, n∈ N, unde A=$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

prof. Luminiţa Brînduşan, Liceul de Informatică Tiberiu Popoviciu Cluj-Napoca

Problema II. (7 puncte)

Fie $A, B, C \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ astfel încât $AB + BA + C(A + B - I_n) = O_n$ și $\det(A + B + C) = 0$ atunci $\det(A^2 + B^2 + A + B + 2C) = 0$

prof. Gorcea Violin, Liceul Teoretic ”Avram Iancu” Cluj-Napoca

Problema III. (7 puncte)

Se consideră şirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin: $x_0 = 2, x_1 = 3$ şi relaţia de recurenţă $x_{n+1} = \dfrac{(n+1)\cdot x_n - x_{n-1}}{n}, \forall n \in \mathbf{N}^*$. Să se determine termenul general al şirului şi $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$.

prof. Gheorghe Lobonţ, Colegiul Naţional ,,Emil Racoviţă” Cluj-Napoca

Problema IV. (7 puncte)

Fie șirul $a_n = ln\sqrt[n+1]{2019} + ln\sqrt[n+2]{2019} + \cdots + ln\sqrt[2n]{2019}$, unde n∈N*.

a) Arătați că șirul $(a_n)_{n\in N^*}$ este convergent;

b) Calculați $\lim_{n\to\infty} n\left[e^{a_n} - 2019^{\ln 2}\right]$, știind că $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{2n}\right) = ln2$.

prof. Raul Domșa, Liceul Teoretic ”Petru Maior” Gherla

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru - 3 ore.

SUCCES!