INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN VRANCEA

MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE

# OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ
## Etapa locală-17.02.2018
## Clasa a XI-a

**1.** Fie $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 6 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Să se aratecăexistă$\alpha, \beta, \gamma, \delta \in \mathbb{R}\ cu\ \alpha\beta\gamma\delta \neq 0$ astfel încât $\alpha A^3 + \beta A^2 + \gamma A + \delta I_3 = O_3$ .

b) Să se calculeze$A^{-1}$.

c) Să se determine$A^n, n \in \mathbb{N}^*$.

**2.** Pentru$A \in \mathcal{M}_{10}(\mathbb{C})$ notăm cu $m(A)$numărultuturorminorilorsăinenuli.
Să se aratecă:

a) $m(I_{10}) = 2^{10} - 1$;

b) dacă$A \in \mathcal{M}_{10}(\mathbb{C})$ este nesingulară ($detA \neq 0$), atunci$m(A) \geq 2^{10} - 1$.

**3.**

a) Să se demonstrezecăşirul$e_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n, n \in \mathbb{N}^*$este monoton si mărginit.

b) Să secalculezelim$_{n\to\infty} \left(\frac{4arctg\, n - \pi}{\pi}\right)^n$.

**4.** Fie $a, a', b. b', c, c' \in \mathbb{R}$, $a > 0, a' > 0$.Determinaţi$\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ astfelîncât
$L = \lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{ax^2 + bx + c} + \sqrt{a'x^2 + b'x + c'} - \alpha x - \beta\right) \in \mathbb{R}^*$.

(GM/2017)

**Propunători: prof. Tiberiu Oprea – Colegiul Naţional "Al.I.Cuza "-Focşani**

**prof. Mirela Pîrvu- Şcoala Gimnazială "Anghel Saligny" Focşani**

**NOTĂ**: Timp de lucru : 3 ore.
Fiecare subiect este notat de la 0 puncte la 7 puncte.