

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ**Faza locală-17.02.2018****Clasa a IX-a**

- 1) Fie numerele reale $a, b, c \in [0, \infty)$. Arătați că $|a-b| + |b-c| + |c-a| = 2 \max\{a, b, c\}$ dacă și numai dacă $abc = 0$.
- 2) Șirurile $(a_n)_{n \geq 1}$ și $(b_n)_{n \geq 1}$ sunt definite prin $a_1 = 2018$, $b_1 = 2017$, $a_{n+1} = 2018a_n + 2017b_n - 1$ și $b_{n+1} = 2017a_n + 2018b_n + 1$, oricare ar fi $n \geq 1$. Să se calculeze $b_{2017} - a_{2017}$.
(GM 10/2017)
- 3) a) Fie triunghiul $\triangle ABC$ și punctele $M \in BC$, $N \in CA$, $P \in AB$ astfel încât $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{CP} = \vec{0}$. Demonstrați că se poate construi un triunghi având laturile \overline{AM} , \overline{BN} și \overline{CP} .
b) Fie hexagonul $ABCDEF$ și punctele M, N, P, Q, R, S mijloacele laturilor $[AB], [BC], [CD], [DE], [EF]$, respectiv $[FA]$. Demonstrați că se poate construi un triunghi având laturile \overline{MN} , \overline{PQ} și \overline{RS} .
- 4) Fie triunghiul $\triangle ABC$ și punctele $M \in (AB)$, $N \in (AC)$ astfel încât $BM = CN$. Să se arate că dreapta determinată de mijloacele segmentelor $[MN]$ și $[BC]$ este paralelă cu bisectoarea unghiului A .

Problemele au fost selectate de prof. Daniela Sîrghie – C.N. “Al. I. Cuza”- Focșani**prof. Emil Dănuț Popoiu – C.N. “Unirea”- Focșani****SUCCES!****NOTĂ:**

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare subiect este notat de la 0 puncte la 7 puncte.