

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Faza locală-17.02.2018

Clasa a XII-a

1. Fie $G = \left\{ \left(\begin{array}{cc} 2-x & 1-x \\ 2(x-1) & 2x-1 \end{array} \right) \mid x \in \mathbf{R}^* \right\}$.

a) Să se arate că (G, \cdot) un grup abelian.

b) Să se arate că $(\mathbf{R}^*, \cdot) \simeq (G, \cdot)$.

2. Fie (G, \cdot) un grup.

a) Să se determine $x, y \in G$ cu proprietățile $x^2 y = y x$ și $x^8 = e$, unde e este elementul neutru.

b) Să se arate că $f: G \rightarrow G, f(x) = x^{-1}$ este izomorfism de grupuri dacă și dacă G este grup abelian.

3. Să se arate că funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = \begin{cases} \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ admite primitive pe \mathbf{R} .

4. Să se calculeze :

a) $\int \frac{1}{x(2+x^6)} dx, \quad x > 0$ (Supliment G.M. Nr.12 / 2017)

b) $\int e^{x^3+x^2-1} (3x^4 + 2x^3 + 2x) dx, \quad x \in \mathbf{R}$
(Supliment G.M. Nr.10 / 2017)

NOTĂ: Timp de lucru 3 ore.

Fiecare subiect este notat de la 0 puncte la 7 puncte

Propunători: prof. Pătrașcu Enache – C. N. Unirea - Focșani
prof. Bucur Mioara – C.E. “Mihail Kogălniceanu” - Focșani