OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală – 17.02.2018

Clasa a V-a

Barem de corectare şi notare

1. a) r = numărul bilelor roşii , g = numărul bilelor galbene , a = numărul bilelor albastre.

$r+g=185$, $g=5+2r$, $a=r:2$ **2p**

$r+5+2r=185 \Rightarrow r=60$ **1p**

$g=125$, $a=30$ **1p**

b) Aplicând "principiul cutiei" , cazul cel mai nefavorabil este dacă primele 155 de bile extrase sunt doar galbene şi albastre , $125(g)+30(a)=155$, deci $155+2(rosii)=157$ este numărul minim de bile ce trebuie extrase. **1p**

c) Cazul cel mai nefavorabil este dacă primele 3 bile sunt de culori diferite $1(r)+1(g)+1(a)=3$ bile , deci a 4-a bilă extrasă ne asigură două bile de aceeaşi culoare. **1p**

d) Cazul cel mai nefavorabil este dacă sunt extrase primele 185 bile , $125(g)+60(r)=185$, şi nu avem nicio bilă albastră. Deci $185(g+r)+2(a)=187$ este numărul minim. **1p**

2. $\overline{abc}=x+(x+1)+(x+2)+(x+3)$ **2p**

$\overline{abc}=4\cdot x+6$ şi $24\le x\le 248$ **2p**

Primul număr este $\overline{abc}=4\cdot 24+6=102$ iar ultimul $\overline{abc}=4\cdot 248+6=998$ **2p**

Numărul numerelor de forma $\overline{abc}$ este numărul de numere de la 24 la 248 , $248-24+1=225$ numere.... **1p**

3. a) $a=2,\ b=0,\ c=1,\ d=8$, $1+8=(2+1)^2$, $b=0=0^3$ **2p**

b) $a+c\in\{1,2,3\}$ (dacă $a+c\ge 4\Rightarrow c+d\ge 16$, dar $c<4$, deci d nu este cifră)

$b\in\{0,1,8\}$, cifrele $0=0^3, 1=1^3, 8=2^3$ sunt cuburi perfecte **1p**

Dacă $a+c=1\Rightarrow a=1, c=0, (a\ne c)$,deci $0+d=1^2\Rightarrow d=1$ nu convine deoarece $d=a=1$ **1p**

Dacă $a+c=2\Rightarrow a=2, c=0$ deci $0+d=2^2\Rightarrow d=4$ deci $\overline{abcd}=2104$, 2804 .... **1p**

Dacă $a+c=3\Rightarrow a=3, c=0$ sau $a=2, c=1$ sau $a=1, c=2$

Pentru $a=3, c=0\Rightarrow 0+d=3^2\Rightarrow d=9$ deci $\overline{abcd}=3109, 3809$

Pentru $a=2, c=1\Rightarrow 1+d=3^2\Rightarrow d=8$ deci $\overline{abcd}=2018$

Pentru $a=1, c=2\Rightarrow 2+d=3^2\Rightarrow d=7$ deci $\overline{abcd}=1027, 1827$ **2p**

Cel mai mic este $\overline{abcd}=1027$.

4. $\overline{ab8}+\overline{ab30}=2018 \Leftrightarrow \overline{ab}\cdot 10+8+\overline{ab}\cdot 100+30=2018$ **2p**

$110\cdot\overline{ab}=1980\Rightarrow \overline{ab}=18$ **1p**

$\overline{ab}^2=18^2=324$, $U\left(2018^{\overline{ab}^2}\right)=U\left(2018^{324}\right)=U\left(2018^4\right)=6$ **2p**

$U\left(2018^{\overline{ab}^2}-2016\right)=U\left(U\left(2018^{\overline{ab}^2}\right)-U(2016)\right)=U(6-6)=0$ deci $\left(2018^{\overline{ab}^2}-2016\right)\vdots 10$ **2p**