OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ
Etapa locală 17.02.2018
Clasa a X-a
Bareme de corectare şi notare

1. *Se consideră numeral real pozitiv a. Să se demonstreze că :* $\sqrt{a}+\sqrt[3]{a}+\sqrt[6]{a}\le a+2$

BAREM : $\sqrt[n]{a}=\sqrt[n]{a\cdot 1\cdot 1.....1}\xrightarrow{din.ineg.mediilor}\sqrt[n]{a}\le\frac{a+n-1}{n}=\frac{a-1}{n}+1$ ……………………………**2p**

aplică pentru n=2,3,6………**3p** *Finalizare* $\sqrt{a}+\sqrt[3]{a}+\sqrt[6]{a}\le\frac{6a-6}{6}+3=a+2$ …………………………**2p**

2. *Rezolvați inecuația* $\log_2\left(\sqrt[3]{x^2+4}\right)\le\frac{1}{3}\log_2 4x$

BAREM:

$\log_2\left(\sqrt[3]{x^2+4}\right)\le\frac{1}{3}\log_2 4x\Leftrightarrow\frac{1}{3}\log_2(x^2+4)\le\frac{1}{3}\log_2 4x\Leftrightarrow x^2+4\le 4x$..**4***p*

de aici $(x-2)^2\le 0\Leftrightarrow x=2$, *numarul* $x=2$ *este soluíe prin verificarea conditiilor inecuatiei*...**3**p

3. *Fie punctele Ași C din planul complex cu* z_A *=3+i și* z_C *=-1+3i. Determinați afixele punctelor B și D astfel încât ABCD să fie pătrat.*

BAREM*:*

Dacă z este numarul complex ce desemnează unul din vârfurile B sau D atunci

$z=x+iy$ *si* $|z-z_A|=|z-z_C|$, *de unde* $2x=y$..**2***p*

Dar : $|z-z_A|^2+|z-z_C|^2=|z_C-z_A|^2\Rightarrow x^2+y^2-2x-4y=0$, *de unde rezolvând sistemul*........3*p*

$x=0, y=0$ *de unde* $z_B=0$, *a doua solutie fiind* $x=2, y=4$ *adică* $z_D=2+4i$..........................**2***p*

4.*Sa se determine x real astfel incat* $(3x-1)^{x^2-x}=(3x-1)^{4x-6}$

BAREM: *Discutia cazurilor particulare x=0 sol ; x=2/3 sol ; x=1/3 nu e solutie* ……….**3p**

Impunerea conditiilor de existenta in cazul $x\in\left(\frac{1}{3},\infty\right)\setminus\left\{\frac{2}{3}\right\}$ ………………………………….**1p**

Rezolvarea ecuatiei $x^2-5x+6=0$ *cu solutiile x=2 si x=3*………………….………………….**3p**