

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Faza locală-17.02.2018

Clasa a XII-a

Barem

1. a) $A_x \cdot A_y = A_{xy}$1p
 Proprietățile4p
 b) $f: R^* \rightarrow G$, $f(x) = A_x$ morfism.....1p
 Injectivitate și surjectivitate.....1p

2. a) $x^2 = y x y^{-1} \Rightarrow x^4 = y x^2 y^{-1} \Rightarrow x^8 = y x^4 y^{-1} = e$
 $\Rightarrow x^2 = e \Rightarrow x = e$ și $y \in G$ oarecare.....3p

 b) „ \Rightarrow ” f morfism $\Rightarrow (x y)^{-1} = x^{-1} y^{-1} \Rightarrow e = x y x^{-1} y^{-1} \Rightarrow x y = y x$...2p
 „ \Leftarrow ” f bijectivă
 $f(x y) = (x y)^{-1} = y^{-1} x^{-1} = x^{-1} y^{-1} = f(x) \cdot f(y)$2p

3. Fie $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $g(x) = \begin{cases} x \cos \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$. g admite primitive pe \mathbf{R}
 G o primitivă a lui g 2p

 $f(x) = \begin{cases} \left(x^2 \cos \frac{1}{x}\right)' - 2 G'(x), & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$1p

 $F(x) = \begin{cases} x^2 \cos \frac{1}{x} - 2 G(x) + c_1, & x \neq 0 \\ c_2, & x = 0 \end{cases}$ ar putea fi o primitivă a lui f 2p
 Continuitatea în $x = 0 \Rightarrow c_2 = c_1 - 2 G(0)$1p
 Divizibilitatea în $x = 0$1p

4. a) $\frac{1}{x(2+x^6)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x} - \frac{1}{12} \cdot \frac{(2+x^6)'}{2+x^6}$

$$\int \frac{1}{x(2+x^6)} dx = \frac{1}{2} \ln x - \frac{1}{12} \ln(2+x^6) + C \dots\dots\dots 4p$$

b) $e^{x^3+x^2-1} (3x^4 + 2x^3 + 2x) = (x^2 \cdot e^{x^3+x^2-1})'$

$$\int e^{x^3+x^2-1} (3x^4 + 2x^3 + 2x) dx = x^2 \cdot e^{x^3+x^2-1} + C \dots\dots\dots 3p$$