

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ  
ETAPA LOCALĂ  
27 IANUARIE 2018**

**CLASA a VII-a**

**Subiectul 1.**

- a) Determină valorile reale ale lui  $x$  pentru care:

$$\frac{\sqrt{2^{2018} - 2^{2017} - \dots - 2^{802}} + 5 \cdot \sqrt{2 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{799}}}{\sqrt{x^2 + 3}} = \sqrt{16^{200} \cdot (x^2 + 3)}.$$

- b) Determină cifrele  $a, b, c$  astfel încât numărul  $\sqrt{233abc}$  să fie număr natural.

**Subiectul 2.**

- a) Demonstrează că  $\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{2018^2} < 1$ .

- b) Arată că oricare ar fi  $n$ , număr rațional pozitiv nenul, astfel încât:

$$\frac{1}{n+1} + \frac{2}{n+2} + \dots + \frac{2018}{n+2018} = 2017, \text{ atunci } \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{n+2018} = \frac{1}{n}.$$

**Subiectul 3.**

Fie  $ABCD$  un paralelogram,  $M \in (AC)$  astfel încât  $AC = 3 \cdot AM$

- a) Arată că  $M$  este centrul de greutate al triunghiului  $ABD$ .

- b) Dacă  $AC \cap BD = \{O\}$ ,  $DM \cap BC = \{N\}$  și  $AB \cap NO = \{P\}$ , află valoarea raportului  $\frac{OP}{PN}$ .

**Subiectul 4.**

În patrulaterul  $ABCD$ ,  $m(\angle DAB) = 150^\circ$ ,  $AB \perp BC$ ,  $AD = AB = BC$  și  $AC \cap BD = \{O\}$ . Arată că:

- a) Punctul  $D$  se află pe mediatoarea segmentului  $BC$ .

- b)  $DC = CO + OB$ .

**Notă: Toate subiectele sunt obligatorii**

**Țimp de lucru: 3 ore**