OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
27 IANUARIE 2018

CLASA a V-a
BAREM

Subiectul 1.

Fie numărul natural nenul *n*. Numărul natural *a* se numeşte *prietenul lui n* dacă prin împărţirea lui *a* la *n* se obţine câtul egal cu restul.

a) Arată că 6057 este *un prieten al* numărului 2018.
b) Află câţi *prieteni* are numărul 2018.
c) Calculează suma tuturor *prietenilor numărului* 2018.

Barem:

a) 6057:2018=3, rest 3, deci câtul este egal cu restul **1p**
b) Dacă *a* este un *prieten* al numărului 2018, atunci $a = 2018 \cdot c + c, 0 \le c < 2018$
c poate lua 2018 valori, deci numărul 2018 are 2018 *prieteni* **2p**
c) $a = 2019c$, $c < 2018$, c număr natural **1p**
Toţi prietenii lui 2018 sunt $0 \cdot 2019, 1 \cdot 2019, 2 \cdot 2019, ..., 2017 \cdot 2019$ **1p**
Suma este $(0+1+2+...+2017) \cdot 2019 = 2017 \cdot 1009 \cdot 2019$ **2p**

Subiectul 2.

Fie numerele $a = 1236 : 12 + 7^2 \cdot 103 - 50 \cdot 101$, $b = \left(2^0 \cdot 2^1 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot ... \cdot 2^{63}\right) \cdot 2^2 : 2^{2018}$ şi $c = 2^n \cdot 5^{n+1} - 2^{n+2} \cdot 5^n$, unde n este număr natural.

a) Pentru $n = 1$, calculează media aritmetică a celor trei numere.
b) Pentru $n \ge 2$, arată că $c - a$ este divizibil cu 9.

Barem:

a) Calculul lui a=100 **1p**
Calculul lui $b = 2^{0+1+2+3+...+63} \cdot 2^2 : 2^{2018} = 2^{2016} \cdot 2^2 : 2^{2018} = 1$ **2p**
Pentru $n = 1$, c=10 **1p**
Media aritmetică este 37 **1p**
b) $c = 10^n$, pentru $n = 2 \Rightarrow c - a = 0$, divizibil cu 9 **1p**
Pentru $n > 2 \Rightarrow c - a = 999...900$, divizibil cu 9 **1p**

Subiectul 3.

Suma a 8 numere naturale nenule și distincte este egală cu 200, iar suma a 7 numere naturale nenule și distincte este 100. Dacă punem împreună toate numerele anterioare, observăm că unele dintre ele se repetă. Pe cele care se repetă le scriem o singură dată şi obţinem astfel 10 numere distincte a căror sumă este 285. Arată că produsul celor 10 numere este divizibil cu 120.

Barem:

Există 5 numere comune având suma 200+100-285 =15 **3p**

Numerele fiind nenule și distincte ele sunt: 1, 2, 3, 4, 5 **2p**

Produsul celor 10 numere se divide cu $1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5=120$ **2p**

Subiectul 4.

La tragerea într-o țintă se acordă 10 puncte pentru o lovitură în primul cerc, 6 puncte pentru o lovitură în al doilea cerc și 2 puncte pentru o lovitură în al III-lea cerc. Cei 18 elevi ai clasei a V-a, trăgând fiecare câte 10 lovituri, obțin 40 lovituri în cercul al II-lea, 40 lovituri sunt ratate, iar celelalte nimeresc în primul cerc și în al treilea cerc. Dacă întreaga clasă a obținut 920 puncte, află câte lovituri au fost în primul cerc și câte în al III-lea cerc.

Barem:

Numărul total de lovituri este 18·10=180 **1p**

180 - 40=140 lovituri au nimerit ținta, 140 – 40 =100 lovituri au intrat în primul cerc și în al treilea cerc **1p**

920 - 40·6 = 680 puncte corespund celor 100 lovituri **1p**

Dacă toate cele 100 lovituri ar fi nimerit primul cerc s-ar fi obținut 1000p **1p**

1000 – 680 =320 puncte reprezintă numărul de puncte câștigate pentru că toate loviturile sunt în primul cerc **1p**

Diferența de punctaj dintre o lovitură în primul cerc și olovitură în al III-lea cerc este de 8 p, deci 320:8 = 40 lovituri în al treilea cerc **1p**

100 – 40 =60 lovituri în primul cerc **1p**