



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală 18.02. 2018

Clasa a X -a

Problema 1

Se consideră ecuația $4^{x+1} - (3m + 1)2^x + (m - 1)^2 = 0$.

- a) Rezolvați ecuația pentru $m = 5$.
- b) Aflați valorile reale ale lui m pentru care ecuația nu are soluții reale.

Problema 2

- a) Comparați numerele $\sqrt[5]{3} + \sqrt[5]{8}$ și $\sqrt[5]{5} + \sqrt[5]{6}$.
- b) Aflați partea întreagă a numărului $\log_2 3 + \log_3 5$.
- c) Comparați numerele $\log_3 7$ și $\sqrt[3]{5}$.

Problema 3

Rezolvați în \mathbb{C} ecuația $z^6 = 1 + i$ și arătați că soluțiile ei sunt afixe vârfurilor unui hexagon regulat.

Problema 4

Fie $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$, astfel încât $f(x + y) = f(x) + f(y)$, $\forall x, y \in \mathbb{Q}$.

- a) Arătați că $f(0) = 0$ și că f este impară.
- b) Arătați că $f(nx) = nf(x)$, $\forall n \in \mathbb{Z}$, $\forall x \in \mathbb{Q}$.
- c) Arătați că există $a \in \mathbb{Q}$ astfel încât $f(x) = ax$, $\forall x \in \mathbb{Q}$.

- 1. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore;
- 2. Toate problemele sunt obligatorii;
- 3. Fiecare problemă se notează de la 0 la 7