



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală - 18. 02. 2018

Clasa a- IX- a

Problema 1.Rezolvați în \mathbb{R} ecuația

$$\left\{\frac{x}{2}\right\} + \{x\} + \{2x\} = x, \text{ unde } \{x\} \text{ este partea fracționară a numărului real } x$$

Problema 2.Arătați că dacă $x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_n$ sunt numere reale unde $n \geq 1$ atunci

$$2x_n + \frac{1}{(x_1 - x_0)^2} + \frac{1}{(x_2 - x_1)^2} + \dots + \frac{1}{(x_n - x_{n-1})^2} \geq 3n + 2x_0$$

Problema 3.Fie ABC un triunghi, I centrul cercului înscris, G centrul de greutate și N centrul cercului înscris în triunghiul determinat de mijloacele laturilor triunghiului ABC .Demonstrați că I, G, N sunt coliniare.**Problema 4.**Fie triunghiul ABC cu $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ și $\overrightarrow{AC} = \vec{v}$ iar punctele D, E și F sunt mijloacele laturilor BC, AD , respectiv AE .

a. Să se demonstreze că $\overrightarrow{BE} = \frac{\vec{v}-3\vec{u}}{4}$ și $\overrightarrow{FC} = \frac{7\vec{v}-\vec{u}}{8}$

b. Să se demonstreze că $\frac{7}{2}\overrightarrow{BE} + \frac{5}{2}\vec{u} = \overrightarrow{FC}$

1. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore;
2. Toate problemele sunt obligatorii;
3. Fiecare problemă se notează de la 0 la 7.