INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN GALAŢI
Str.Portului Nr.55 B ☎ 0372362000; 0372362001 🖷 0236319396
E-mail: info@isj.gl.edu.ro; Adresă site: www.isj.gl.edu.ro

Olimpiada de Matematică –etapa locală- Galaţi

17 februarie 2018

Clasa a XI-a

Problema 1.

a) Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty}\left\{\left(11+4\cdot\sqrt{7}\right)^n\right\}^{\frac{1}{\left(11-4\cdot\sqrt{7}\right)^n}}$, unde prin $\{a\}$ s-a notat partea fracţionară a numărului real a.

b) Fie $A, B \in M_2(\mathbb{R})$ şi $X = A\cdot B - B\cdot A$. Dacă $\det(X) = -1$, să se arate că matricea $I_2 - X$ nu este inversabilă.

Problema 2.

Fie $f:[1,\infty)\to\mathbb{R}$ o funcţie cu proprietatea că există $a>1$ astfel încât $\frac{1}{2}\cdot a^x \le f(x) \le a^x$, pentru $x \ge 1$.

Să se studieze convergenţa şirului $(a_n)_{n\ge1}$ dat de $a_n = \left(f(1)+f(2)+...+f(n)\right)^{\frac{1}{n}}, (\forall) n \ge 1$.

Problema 3.

Să se demonstreze că există o infinitate de matrice $X \in M_2(\mathbb{C})$ care verifică simultan proprietăţile: *a*) $X^2 \ne I_2$ *b*) $X^2 \ne -I_2$ c) $X^4 = I_2$.

Problema 4.

a) Să se demonstreze că $\lg 3 \in \mathbb{R}$-$\mathbb{Q}$.

b) Să se demonstreze că există $n \in \mathbb{N}$ astfel ca primele patru cifre ale numărului 3^n să fie 2018.

Notă: Toate problemele sunt obligatorii
Timp efectiv de lucru 3 ore
Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7