INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN GALAŢI
Str.Portului Nr.55 B ☎ 0372362000; 0372362001 🖷 0236319396
E-mail: info@isj.gl.edu.ro; Adresă site: www.isj.gl.edu.ro

MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE

ROMÂNIA

Olimpiada de Matematică –etapa locală- Galaţi

17 februarie 2018

Clasa a XII-a

Problema 1.

Să se determine primitivele funcţiei $f:\left(0,\frac{\pi}{2}\right)\to\mathbb{R},\ f(x)=e^x\cdot\left(2\cdot\sqrt{tg^n x}+n\cdot\sqrt{tg^{n-2}x}+n\cdot\sqrt{tg^{n+2}x}\right)$

Problema 2.

Fie $k\in(1,\infty)$ şi $G=\left(-\infty,\frac{k^2-1}{k}\right]\cup\left[\frac{k^2+1}{k},+\infty\right)$.

Se notează $x*y=k\cdot x\cdot y-k^2\cdot(x+y)+k^3+k,\ (\forall)x,y\in G$.

a) Să se demonstreze că $t\in G$ dacă şi numai dacă $|t-k|\geq\frac{1}{k},\ (\forall)k\in(1,+\infty)$.

b) Arătaţi că $"*"$ este lege de compoziţie pe G.

c) Studiaţi existenţa elementului neutru şi a elementelor simetrizabile.

Problema 3.

a) Să se calculeze $\int\frac{2\cdot x^3+3\cdot x^2+5\cdot x+2}{\left(x^2+x+1\right)^n}dx,\ n\in\mathbb{N}^*$.

b) Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\sum_{k=1}^{n}\int_0^1\frac{k\cdot\ln a}{a^x+k}dx-\ln\left((n+1)!\right)\right]$, $a>0,\ a\neq1$.

Problema 4.

Să se determine funcţiile $f:\mathbb{R}^*\to\mathbb{R}$, astfel încât $G=\left\{\begin{pmatrix}x & f(x)\\ 0 & 1\end{pmatrix}\middle|\, x\in\mathbb{R}^*\right\}$ să aibă,

în raport cu înmulţirea matricelor, o structură de grup abelian.

Notă: Toate problemele sunt obligatorii
Timp efectiv de lucru 3 ore
Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7