INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN GALAŢI
Str.Portului Nr.55 B ☎ 0372362000; 0372362001 🖷 0236319396
E-mail: info@isj.gl.edu.ro; Adresă site: www.isj.gl.edu.ro

Olimpiada de Matematică –etapa locală- Galaţi

17 februarie 2018

Clasa a IX-a

Problema 1.

Fie $ABCD$ un patrulater convex cu $M, P \in (AB)$ şi $N, Q \in (CD)$, astfel încât $\frac{AM}{MB} = \frac{DQ}{QC} = \frac{BP}{PA} = \frac{CN}{ND} = k$. Să se demonstreze că:

$a)$ $\overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{PN} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$;

$b)$ $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$.

Problema 2.

Fie $x, y, z > 0$ numere reale cu $x \cdot y \cdot z = 6$. Arătaţi că:

$$\frac{2 \cdot x}{\left(2 \cdot x^2 + y^2\right) \cdot \left(x^2 + 2 \cdot z^2\right)} + \frac{3 \cdot y}{\left(3 \cdot y^2 + z^2\right) \cdot \left(y^2 + 3 \cdot x^2\right)} + \frac{5 \cdot z}{\left(5 \cdot z^2 + x^2\right) \cdot \left(z^2 + 5 \cdot y^2\right)} \leq \frac{1}{8}.$$

Problema 3.

Fie ABC un triunghi cu M mijlocul segmentului (AB), $N \in (AC)$, $\frac{AN}{NC} = \frac{1}{2}$, P mijlocul lui (BC), iar $AP \cap MN = \{Q\}$. Să se exprime vectorii $\overrightarrow{AQ}$, $\overrightarrow{MQ}$ şi $\overrightarrow{QN}$ cu ajutorul vectorilor $\overrightarrow{AB}$ şi $\overrightarrow{AC}$.

Problema 4.

Fie $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 3$. Să se determine numărul submulţimilor cu trei elemente în progresie aritmetică, conţinute în mulţimea $\{1, 2, 3, ..., n\}$.

Notă: Toate problemele sunt obligatorii
Timp efectiv de lucru 3 ore
Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7