Olimpiada de Matematică –etapa locală- Galaţi

17 februarie 2018

Clasa a VI-a

Barem de evaluare

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

Nr. proble mei	**Soluţie, rezolvare**	**Punctaj**
	a)	
	$n!$ conţine toţi factorii primi mai mici sau egali cu n.	1p
	Dar $n!$ nu conţine pe 11, de unde rezultă că $n<11$.	
	$n!$ conţine pe 5 cel puţin la puterea a 2-a, de unde rezultă că $n \geq 10$.	1p
	Aşadar, $10 \leq n<11 \Rightarrow n=10$.	1p
1.	$10! = 2^8 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 7 \Rightarrow x=8, y=4, z=0, v=1$.	
	b)	
	$\left.\begin{array}{l}\text{Din } a-b=18 \Rightarrow \text{ a, b au aceeaşi paritate}\\ a, b \text{ numere prime}\end{array}\right\} \Rightarrow$	2p
	a, b sunt numere naturale impare.	
	$a-b=18 \Rightarrow a=18+b$;	1p
	$a+b-c=158 \Rightarrow 2 \cdot b+18-c=158 \Rightarrow 2 \cdot b-c=140 \Rightarrow c$ număr par;	1p
	c număr prim $\Rightarrow c=2 \Rightarrow b=71 \Rightarrow a=89$.	

2	a) Dacă x este un număr format dintr-o cifră $\Rightarrow 9/0(A)$; Dacă x este un număr format din cel puţin două cifre, fie $x=\overline{a_n a_{n-1}...a_1 a_0},\ n\in\mathbb{N}^*$; Metoda1. $\overline{a_n a_{n-1}...a_1 a_0}-(a_n+a_{n-1}+...+a_1+a_0)=$ $a_n\cdot 10^n+a_{n-1}\cdot 10^{n-1}+...+a_1\cdot 10+a_0-(a_n+a_{n-1}+...+a_1+a_0)=$ $(a_n\cdot 10^n-a_n)+(a_{n-1}\cdot 10^{n-1}-a_{n-1})+...+(a_2\cdot 10^2-a_2)+(a_1\cdot 10-a_1)=$ $a_n\cdot(10^n-1)+a_{n-1}\cdot(10^{n-1}-1)+...+a_2\cdot(10^2-1)+a_1\cdot(10-1)$. Dar $(10^k-1)\vdots 9,\ (\forall)k\in\mathbb{N}^*\Rightarrow x-(a_n+a_{n-1}+...+a_1+a_0)\vdots 9$. Metoda 2. $x=\overline{a_n a_{n-1}...a_1 a_0}=a_n\cdot 10^n+a_{n-1}\cdot 10^{n-1}+...+a_1\cdot 10+a_0=$ $a_n\cdot(M_9+1)^n+a_{n-1}\cdot(M_9+1)^{n-1}+...+a_1\cdot(M_9+1)^1+a_0=$ $(a_n+a_{n-1}+...+a_1)\cdot M_9+(a_n+a_{n-1}+...+a_1+a_0)\Rightarrow$ $x=(a_n+a_{n-1}+...+a_1)\cdot M_9+S\Rightarrow x-S=(a_n+a_{n-1}+...+a_1)\cdot M_9$ $\Rightarrow 9/(x-S)$. *b*) Fie S suma cifrelor numărului $5\cdot x$, iar s suma cifrelor numărului $x\Rightarrow$ $S-s=0$. Din 9/0 $\Rightarrow$ 9/(S-s). Cum un număr şi suma cifrelor lui dau acelaşi rest prin împărţirea la 9, rezultă că $9/(5x-x)\Rightarrow 9/(4x)\Rightarrow 9/x$.	1p 1p 1p 1p 1p 1p 1p

3	Fie $m(\measuredangle AOB)=x^\circ$. $m(\measuredangle COB)=\frac{x^\circ}{2}$; $m(\measuredangle AOD)=m(\measuredangle COD)=\frac{x^\circ}{4}$; $m(\measuredangle BOD)=m(\measuredangle AOB)-m(\measuredangle AOD)=x^\circ-\frac{x^\circ}{4}=\frac{3\cdot x^\circ}{4}$; $m(\measuredangle BOE)=m(\measuredangle DOE)=\frac{1}{2}\cdot\frac{3\cdot x^\circ}{4}=\frac{3\cdot x^\circ}{8}$ $m(\measuredangle AOE)=m(\measuredangle AOB)-m(\measuredangle BOE)=x^\circ-\frac{3\cdot x^\circ}{8}=\frac{5\cdot x^\circ}{8}$; $m(\measuredangle AOF)=m(\measuredangle FOE)=\frac{1}{2}\cdot\frac{5\cdot x^\circ}{8}=\frac{5\cdot x^\circ}{16}$; $m(\measuredangle DOF)=m(\measuredangle AOF)-m(\measuredangle AOD)=\frac{5\cdot x^\circ}{16}-\frac{x^\circ}{4}=\frac{x^\circ}{16}=5^\circ \Rightarrow x^\circ=80^\circ$.	1p 1p 1p 1p 1p 1p 1p
4	*a*) $\left.\begin{array}{l}12=3\cdot 4\\ (3,4)=1\\ n\vdots 12\end{array}\right\}\Rightarrow n\vdots 3$ şi $n\vdots 4$ $\left.\begin{array}{l}n\vdots 3 \text{ şi } n\vdots 4\\ 22=2\cdot 11=(1+1)\cdot(10+1)\end{array}\right\}\Rightarrow n=2^a\cdot 3^b,\ a\in\mathbb{N}, a\ge 2,\ b\in\mathbb{N}, b\ge 1\Rightarrow$ card $D_n=(a+1)\cdot(b+1)=22=2\cdot 11\Rightarrow$ $\left.\begin{array}{l}\text{Din } b+1\ge 2\\ (a+1)\cdot(b+1)=2\cdot 11\end{array}\right\}\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}b+1=2\Rightarrow b=1\\ a+1=11\Rightarrow a=10\end{array}\right.\Rightarrow n=2^{10}\cdot 3$ *b*)Se procedează ca la punctul a): $21=3\cdot 7=(a+1)\cdot(b+1)\Rightarrow$ $a=6;\ b=2\Rightarrow n=2^6\cdot 3^2$ sau $a=2; b=6\Rightarrow n=2^2\cdot 3^6$. În acest caz sunt 2 soluţii: $n_1=2^6\cdot 3^2$ sau $n_2=2^2\cdot 3^6$. *c*)23 este număr prim $\Rightarrow n=p^{22}$, n nu se divide cu 12 $\Rightarrow$ nu convine. În acest caz, problema nu are soluţii.	1p 1p 1p 1p 1p 1p 1p