



Olimpiada de Matematică –etapa locală- Galați

17 februarie 2018

Clasa a VII-a

Problema 1.

a) Să se demonstreze egalitatea :

$$\frac{(2k)^2}{4 \cdot k^2 - 1} = \frac{k}{2 \cdot k - 1} + \frac{k}{2 \cdot k + 1}, k \in \mathbb{Q}_+^*$$

b) Fie numărul $A = \frac{2^2}{1 \cdot 3} + \frac{4^2}{3 \cdot 5} + \frac{6^2}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{2018^2}{2017 \cdot 2019}$. Să se demonstreze că $\{A\} < 0,5$

(unde prin $\{a\}$ s-a notat partea fracționară a numărului real a).

Problema 2.

În triunghiul ABC, cu AB = 5 cm și BC = 8 cm, punctul M este mijlocul laturii BC.

Dacă bisectoarea unghiului $\angle ABC$ intersectează dreapta AM în punctul P, determinați valoarea raportului dintre ariile triunghiurilor BMP și ABC.

Problema 3.

Fie n numere raționale $0 < x_1 < x_2 < \dots < x_n$. Știind că $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n = a$

și $\frac{1}{x_2 + x_3 + \dots + x_n} + \frac{2}{x_1 + x_3 + \dots + x_n} + \frac{3}{x_1 + x_2 + x_4 + \dots + x_n} + \dots + \frac{n}{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{n-1}} = b$,

calculați $S = \frac{x_1}{x_2 + x_3 + \dots + x_n} + \frac{2 \cdot x_2}{x_1 + x_3 + \dots + x_n} + \frac{3 \cdot x_3}{x_1 + x_2 + x_4 + \dots + x_n} + \dots + \frac{n \cdot x_n}{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{n-1}}$.

Problema 4.

Se consideră pătratul ABCD de centru O și punctele $E \in (BO)$ astfel încât $BO = 3 \cdot BE$,

F este mijlocul segmentului (OD) iar I simetricul punctului D față de B.

Dacă $AE \cap BC = \{M\}$ și $AF \cap DC = \{N\}$, se cere:

a) Să se determine ce procent din aria pătratului reprezintă aria triunghiului AMN.

b) Să se arate că punctele M, N, I sunt coliniare.