INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN GALAŢI
Str.Portului Nr.55 B ☎ 0372362000; 0372362001 🖷 0236319396
E-mail: info@isj.gl.edu.ro; Adresă site: www.isj.gl.edu.ro

MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE

ROMÂNIA

Olimpiada de Matematică –etapa locală- Galaţi

17 februarie 2018

Clasa a VIII-a

Problema 1.

Numerele reale a şi b verifică inegalitatea: $a^2+b^2-10\cdot a\cdot\sqrt{6}-12\cdot b\cdot\sqrt{5}+330\leq 0$.

Să se demonstreze că numărul $x=\left(\frac{6}{b}+\frac{5}{a}\right)\cdot(b-a)$ este număr natural.

Problema 2.

a) Să se demonstreze că $x^5\geq 5\cdot x-4,\ (\forall)\mathrm{x}\in(0,\infty)$.

b) Se consideră numerele reale pozitive $a_1,a_2,...,a_8$, cu proprietatea că $a_1+a_2+...+a_8=410$.

Să se demonstreze că $a_1^{\,5}+a_2^{\,5}+...+a_8^{\,5}>2018$.

Problema 3. Fie $\mathrm{ABCDA'B'C'D'}$ un cub cu AB=4 cm şi $\mathrm{BC'}\cap\mathrm{CB'}=\{\mathrm{O'}\}$.

a) Dacă $\mathrm{AO'}\cap\mathrm{D'C'}=\{P\}$, să se determine distanţa de la punctul P la dreapta AC.

b) Dacă $\mathrm{AB'}\cap\mathrm{A'B}=\{\mathrm{O}\}$şi punctul $\mathrm{M}\in(\mathrm{BB'})$ astfel încât $\sin(\measuredangle\mathrm{BOM})=\frac{2\cdot\sqrt{5}}{5}$, să se determine lungimea segmentului $[BM]$.

Problema 4.

Pe suprafaţa laterală a prismei triunghiulare regulate $\mathrm{ABCA'B'C'}$ cu lungimea laturii bazei 3 cm şi lungimea muchiei laterale 7cm, se consideră 64 puncte. Să se demonstreze că printre acestea există cel puţin două puncte situate la o distanţă mai mică de 1,5 cm.

Notă: Toate problemele sunt obligatorii
Timp efectiv de lucru 3 ore
Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7