

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
etapa locală – 24 februarie 2017

CLASA a VIII-a
SUBIECTE

1. Se consideră numerele reale pozitive a, b, c, d astfel încât $abcd = 1$. Calculați :

$$E = \frac{2017+a}{1+a+ab+abc} + \frac{2017+b}{1+b+bc+bcd} + \frac{2017+c}{1+c+cd+cda} + \frac{2017+d}{1+d+da+dab}$$

2. a) Fie numerele reale x, y, z pentru care sunt adevărate relațiile $x = \sqrt{1 - 2yz}$, $y = \sqrt{1 - 2xz}$ și $z = \sqrt{1 - 2yx}$. Calculați $x+y+z$.

b) Rezolvați ecuația $\left[\frac{x+2}{3}\right] = |x+1| - 1$, unde $[a]$ este partea întreagă a lui a , iar $|a|$ este modulul lui a .

G.M.

3. Se consideră triunghiul ABC și punctul D -mijlocul lui $[BC]$. Dacă $[DM]$ și $[DN]$ sunt respectiv, bisectoarele $\sphericalangle ADB$ și $\sphericalangle ADC$ ($M \in [AB]$, $N \in [AC]$), iar punctul P este exterior planului (ABC) , să se arate că $BC \parallel (PMN)$.
4. Fie M mijlocul muchiei $[AB]$ a cubului $ABCD A'B'C'D'$ și $[BC'] \cap [B'C] = \{E\}$.
- a) Demonstrați că $D'E \perp (MEC)$.
- b) Calculați tangenta unghiului format de planele (ABC) și $(D'CM)$.

NOTĂ :

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timpul de lucru este de 3 ore.

Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.