MINISTERUL EDUCAŢIEI NATIONALE
INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEŢULUI TIMIŞ
SOCIETATEA DE ŞTIINŢE MATEMATICE DIN ROMÂNIA – FILIALA TIMIŞ

OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ

etapa locală – 24 februarie 2017

CLASA A V-A
SOLUŢII ŞI BAREM

1.	***Se consideră numerele a = {[3^{2^5} : $(3^5)^6$ – 2]^7+1}: (7^{2^5} : 7^{5^2} +$1^{2016^{2017}}$) și b = $1^{2^{3^4}}$ + $2^{3^{4^1}}$: $(4^{3^{2^1}})^4$. Calculaţi a·b +a^b + b^a – b : a.*** *G.M.*	
	a=[(3^{32}: 3^{30} – 2)^7 +1]: (7^{32} : 7^{25} + 1)	2p
	a= (7^7 +1) : (7^7 +1) =1	1p
	b= 1+ 2^{81}: $(4^9)^4$ =1 + 2^{81}: 2^{72}	1p
	b = 1 +2^9 =513	1p
	ab = b: a =b, a^b =1, b^a =b	1p
	ab + a^b + b^a – b : a = b+ 1+ b – b =b+1 =514 .	1p
2.	***In șase coșuri sunt respectiv 5,6,12,14,23 și 29 fructe , în unele fiind numai mere ,iar în altele numai pere.Renunţând la un coș rămân de două ori mai multe mere decât pere. La ce coș trebuie renunţat ?***	
	Nr. total de fructe este 89.	1p
	La coșurile cu 6 sau 12 fructe nu se poate renunţa căci s-ar obţine un număr de fructe ce nu se împarte exact la 3.	1p
	Dacă s-ar scoate unul din coșurile cu 5,14 ,23 de fructe, ar rămâne 84,75sau 66 de fructe.	1p
	Treimile lor 28, 25 și, respectiv22, nu se pot obţine din nicio combinaţie a coșurilor rămase.	2p
	Trebuie renunţat la coșul cu 29 de fructe.	1p
	Atunci avem 20 de pere(6+ 14) și 40 de mere (5 +12 +23).	1p
3.	***Câte numere naturale de trei cifre împărţite la 10 dau restul 3 şi împărţite la 11 dau restul 5?***	
	Din teorema împărţirii cu rest deducem n=10a+3, n=11b+5, unde a și b sunt numere naturale nenule,iar n este de trei cifre.	1p

	Se înmulţeşte prima relaţie cu 11, iar a doua cu 10 şi se obţin relaţiile $11n=110a+33$ şi $10n=110b+50$ şi din $11n>10n$ deducem $a>b$.	1p
	Scăzând relaţiile obţinem $n= 110(a-b)-17$.	1p
	$\Rightarrow n+17=110(a-b)$,deci un multiplu a lui 110.	1p
	$\Rightarrow n+17\in\{220,330,...,990\}$	1p
	$\Rightarrow n \in\{203,313,...,973\}$	1p
	Avem opt soluţii ale problemei.	1p
4.	***Se scriu în ordine crescătoare toate numerele naturale de patru cifre care au produsul cifrelor egal cu zero. Arătaţi că poziţia pe care se află numărul 2017 în acest şir este un pătrat perfect.***	
	Deoarece produsul cifrelor este zero $\Rightarrow$ numerele au cel puţin o cifră zero	1p
	Între 1000 şi 1999 sunt 1000 de numere.	1p
	Dintre acestea $9\cdot9\cdot9 =729$ nu conţin cifra zero.	1p
	Restul de 271 au cel puţin un zero.	1p
	De la 2000 la 2017 toate numerele conţin cel puţin un zero (adică 18 numere).	1p
	Numărul 2017 se află pe poziţia $271 + 18 =289$	1p
	$289 = 17^2 \Rightarrow$ pătrat perfect.	1p