MINISTERUL EDUCAŢIEI NATIONALE
INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEŢULUI TIMIŞ
SOCIETATEA DE ŞTIINŢE MATEMATICE DIN ROMÂNIA – FILIALA TIMIŞ

OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ
etapa locală – 24 februarie 2017

CLASA A VI-A
SUBIECTE

1. a) Câte fracții ireductibile se regăsesc în șirul următor: $\frac{2}{2015}, \frac{3}{2014}, \frac{4}{2013}, \frac{5}{2012}, \dots, \frac{2015}{2}$?

   b) Fie a și b numere naturale nenule astfel încât

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{3\cdot 4} + \frac{1}{4\cdot 5} + \frac{1}{5\cdot 6} + \cdots + \frac{1}{2003\cdot 2004}$$

Arătați că 1669 divide a.

G. M.

2. Trei numere prime se numesc „speciale” dacă produsul lor este de 5 ori mai mare decât suma lor. Câte triplete de numere prime pot fi „speciale”?

3. Se consideră numerele naturale a = 6n + 5, b = 4n + 3 și c = 2n + 2. Arătați că [a, b] + [a, c] este pătrat perfect, unde prin [x, y] se înțelege cel mai mic multiplu comun al numerelor x și y.

4. Se consideră unghiurile drepte $\measuredangle AOB$ și $\measuredangle COD$, astfel încât C ∈ Int ($\measuredangle AOB$), B ∈ Int ($\measuredangle COD$) și [OE este semidreapta opusă lui [OA.

   a) Demonstrați că unghiul format de bisectoarele unghiurilor $\measuredangle AOC$ și $\measuredangle BOD$ este un unghi drept.

   b) Dacă 7 · m ($\measuredangle AOC$) = 5 · m ($\measuredangle DOE$) aflați măsura $\measuredangle COB$.

NOTĂ :

Toate subiectele sunt obligatorii.
Timpul de lucru este de 2 ore.
Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.